

Γενικεύοντας στην περίπτωση της βίδας με το κλειδί

...είδαμε πως η ροπή τ της F ...

...είναι
ισοδύναμη...

...με τη ροπή της εφαπτομενικής ή κάθετης
συνιστώσας $F\sin\theta$ στην απόσταση r .



...και επειδή: **ροπή = Κάθετη Συνιστώσα Δύναμης x απόσταση**

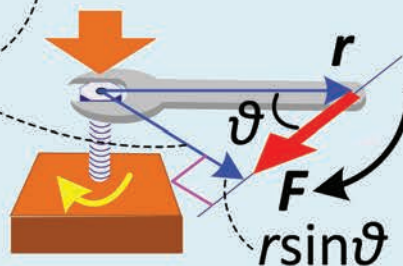
...τότε γράφεται:

$$\tau = F \sin \theta r$$

Η ροπή διαβάζεται
ισοδύναμα και ως:

ροπή = Δύναμη x Κάθετη Απόσταση

Όπου η κάθετη απόσταση $r \sin \theta$ λέγεται
μοχλοβραχίονας της δύναμης.



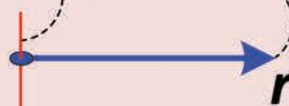
Ακόμα παρατηρούμε
πως εκτός από τη
δύναμη F που είναι
διάνυσμα...



...καθώς και η απόσταση r που είναι διάνυσμα, με...

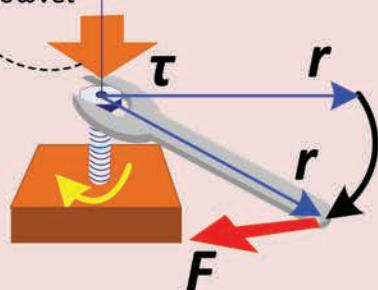
...αρχή τον άξονα
περιστροφής...

...και τέλος το σημείο
εφαρμογής της δύναμης, ...

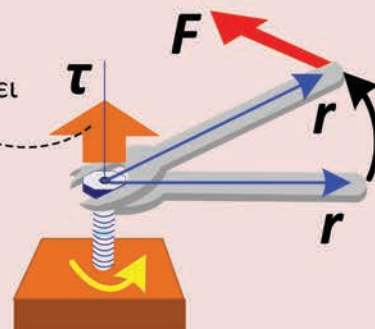


...επιπλέον, η ροπή τ είναι κι αυτή διάνυσμα, το οποίο βρίσκεται επάνω στον άξονα
περιστροφής και **έχει κατεύθυνση** κάθετη προς τα F και r , επειδή προς τα εκεί...

...η βίδα βιδώνει
(κάτω)...

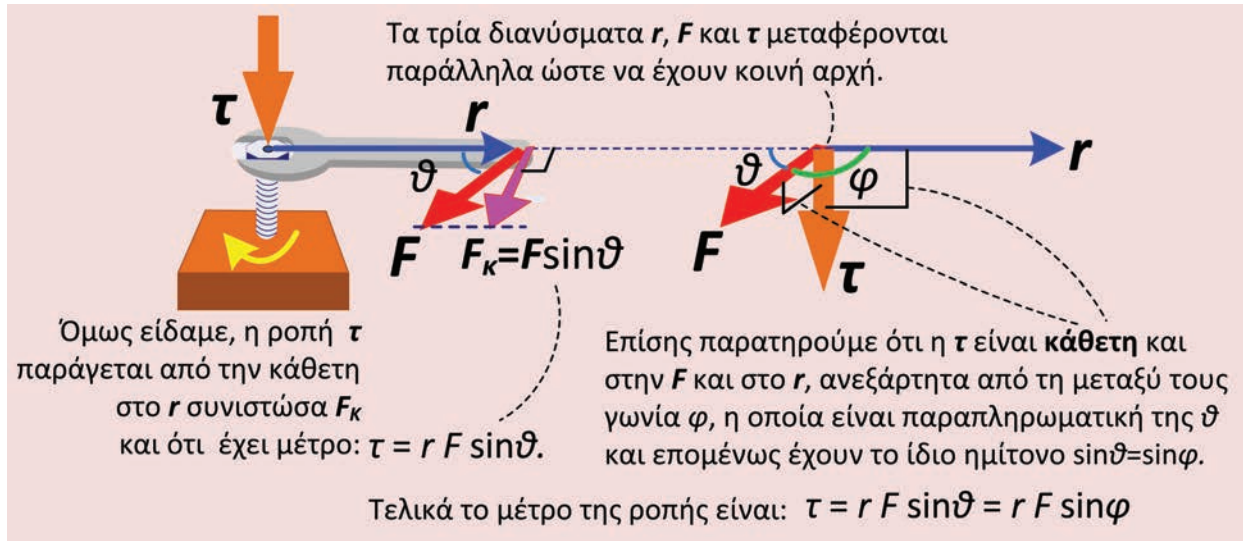


...ή ξεβιδώνει
(επάνω)...



Η ροπή δύναμης ως εξωτερικό γινόμενο

Θα εξετάσουμε πώς η ροπή δύναμης τ θα παρασταθεί με μια μαθηματική έκφραση. Αυτό θα γίνει με βάση το παράδειγμα της ροπής δύναμης που περιστρέφει τη βίδα.



Αφού η ροπή έχει μέτρο το γινόμενο των μέτρων των διανυσμάτων και του $\sin \varphi$, όπου φ είναι η μικρότερη γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων F και r , τότε

$$\text{Μέτρο της ροπής δύναμης} \quad |\tau| = |r| |F| \sin \varphi \quad (8.12)$$

Σύμφωνα με την Εξ. (8.12), μονάδα μέτρησης της ροπής είναι το $1\text{ N } 1\text{ m} = 1\text{ Nm}$. Το γινόμενο των r και F της ροπής διαφέρει από το εσωτερικό γινόμενο $F \cdot r$ της Εξ. (8.8), γιατί τώρα υπάρχει το $\sin \theta$ αντί για το $\cos \theta$. Επιπλέον, το αποτέλεσμα του γινομένου είναι τώρα διάνυσμα της ροπής τ , και όχι κάποιο μονόμετρο μέγεθος. Το νέο γινόμενο ονομάζεται **εξωτερικό γινόμενο** και συμβολίζεται ως εξής:

$$\text{Ροπή δύναμης ως εξωτερικό γινόμενο} \quad r \times F = \tau \quad (8.13)$$

Σημειώνουμε ότι είναι σημαντική η σειρά των διανυσμάτων και γράφουμε πάντα πρώτο το r .

Ο κανόνας της δεξιάς επίπεδης παλάμης

Το επόμενο βήμα είναι να παρουσιαστεί ο κανόνας με τον οποίο θα προσδιορίζεται το διάνυσμα της ροπής τ από τα δεδομένα διανύσματα r και F . Για τον σκοπό αυτόν, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τον κλασικό κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, όπου τα διανύσματα του εξωτερικού γινομένου αντιστοιχούνται σε καθένα από τα τρία δάχτυλα. Η εφαρμογή του κανόνα γίνεται μόνο όταν $\varphi = \pi/2$ και τοποθετώντας τα δάχτυλα, έτσι ώστε αυτά να συμπίσουν με τα αντίστοιχα διανύσματα του εξωτερικού γινομένου. Αυτό σε αρκετές περιπτώσεις είναι πολύ δύσκολο να γίνει, ιδίως αν $\varphi > \pi/2$ ή $\varphi < \pi/2$, με αποτέλεσμα πρακτικά ο κανόνας αυτός να είναι δύσχρηστος και οι περισσότεροι αποτυγχάνουν να τον εφαρμόσουν. Για να υπερβούμε τη δυσκολία αυτή, εδώ προτείνεται ένας **νέος κανόνας της δεξιάς επίπεδης παλάμης**, ο οποίος έχει το πλεονέκτημα ότι ισχύει για κάθε γωνία φ και **εφαρμόζεται σταδιακά ένα-ένα βήμα**, ως εξής:

Με τον κανόνα της δεξιάς επίπεδης παλάμης από μια οποιαδήποτε δεδομένη θέση των F και r , θα μπορούμε να βρούμε την κατεύθυνση της ροπής τ . Ξεκινάμε με το παράδειγμα αυτό.

ΒΗΜΑ 1° Ανοίγουμε τη δεξιά παλάμη σε επίπεδη θέση και με τον αντίχειρα σε ορθή γωνία με τα υπόλοιπα δάκτυλα.

ΒΗΜΑ 2° Τοποθετούμε την παλάμη ώστε το επίπεδο της παλάμης να συμπίπτει με το πρώτο διάνυσμα του εξωτερικού γινομένου το r , ενώ τα τέσσερα δάκτυλα να δείχνουν την κατεύθυνση του r . Εδώ προσωρινά δεν μας ενδιαφέρει η κατεύθυνση της παλάμης και το διάνυσμα της F .

ΒΗΜΑ 3° Περιστρέφουμε την παλάμη ως προς άξονα περιστροφής το r κατά τη φορά που μας βολεύει, ...

...έως ότου η παλάμη να αντικρίσει την F και...

...ο αντίχειρας, που είναι κάθετος στην r , να γίνει κάθετος και στην F .

Σε αυτήν τη θέση σταματά η περιστροφή. Τώρα ο αντίχειρας φανερώνει την κατεύθυνση της τ .

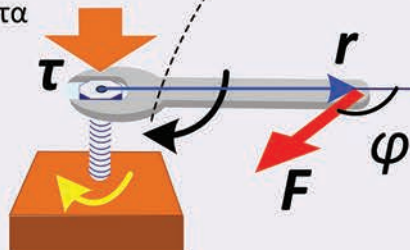
Εύρεση της γωνίας φ

Η γωνία φ είναι η μικρότερη γωνία μεταξύ των r και F .

Βρίσκεται με τον δείκτη και την παλάμη ακίνητα και στρέφοντας τα τρία ακριανά δάκτυλα της παλάμης προς την F με την οποία αυτά τελικά θα πρέπει να συμπίπτουν. ...

Πράγματι, η F στρέφει μέσω του κλειδιού τη βίδα δεξιόστροφα...

...και βιδώνει προς τα κάτω δείχνοντας τη ροπή τ .

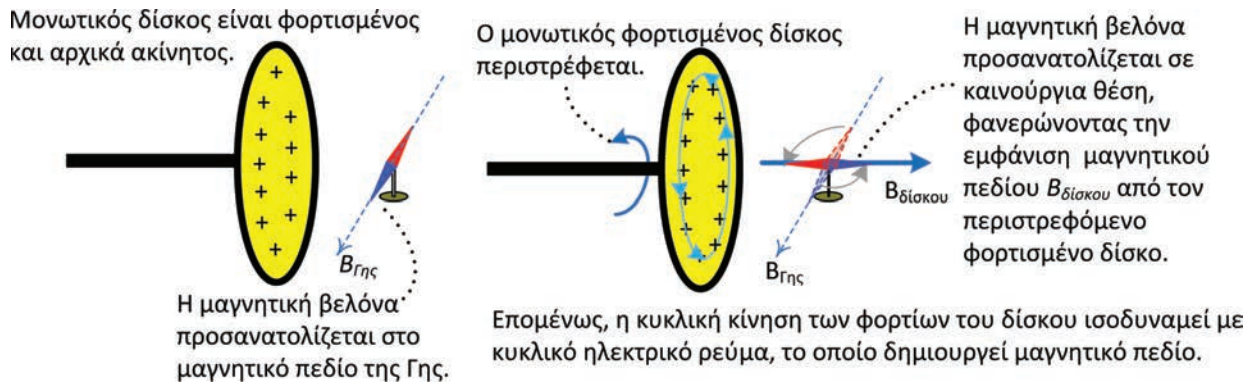


Το r περιστρέφόμενο κατά τη γωνία φ , όπως δείχνουν τα λυγισμένα δάκτυλα του δεξιού χεριού, αυτά δείχνουν τη δεξιόστροφη περιστροφή της βίδας, λόγω της F . Έτσι αυτή βιδώνει προς τα κάτω όπου είναι η ροπή τ που δείχνει και ο αντίχειρας.



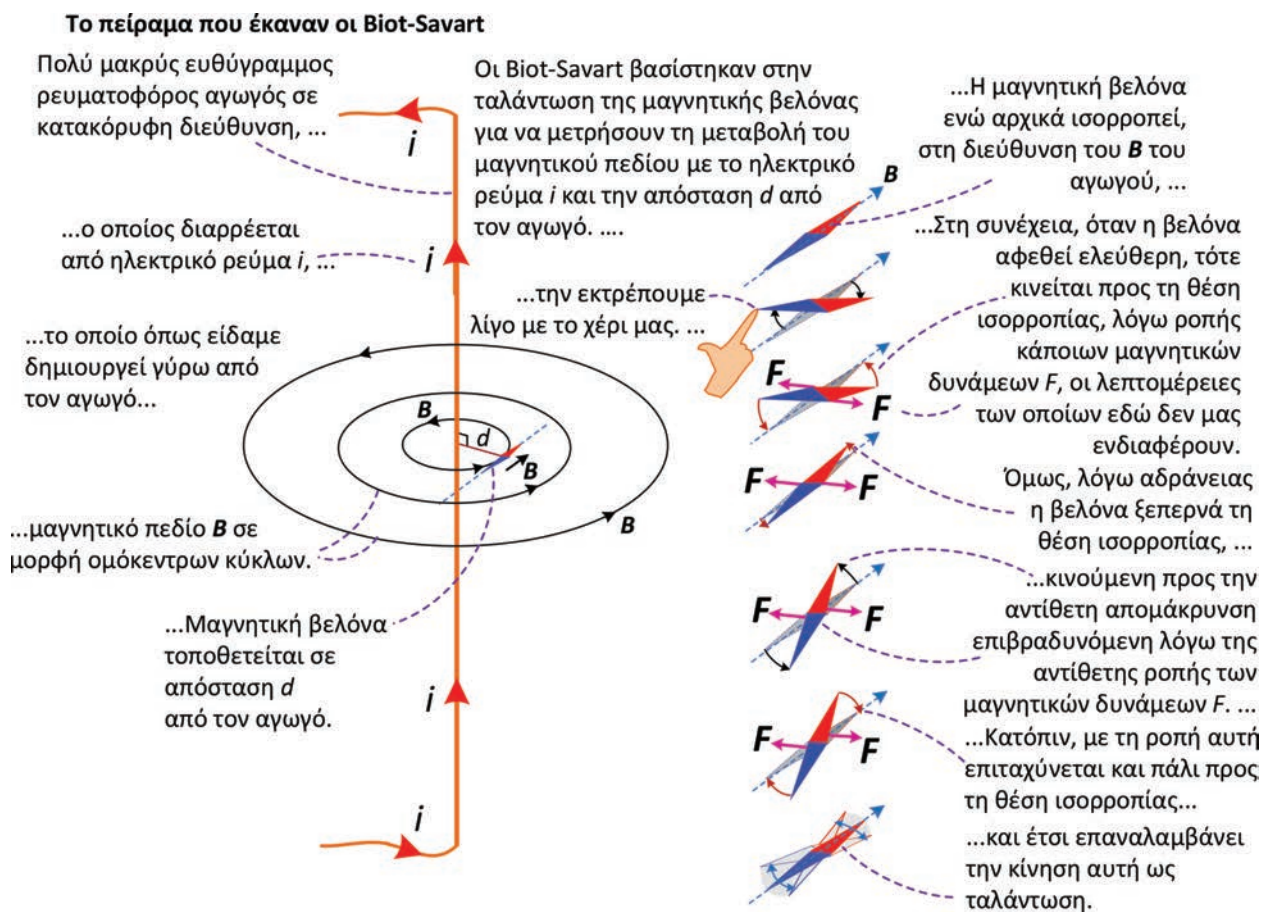
...Η στροφή των τριών ακριανών δακτύλων προς την F κατά τη γωνία φ δείχνει και τη (δεξιά) στροφή που προκαλεί η F στο σώμα (βίδα).

Η κίνηση φορτίων είναι αυτή που παράγει μαγνητικό πεδίο σε ρευματοφόρους αγωγούς, όπως φαίνεται στο παρακάτω πείραμα.



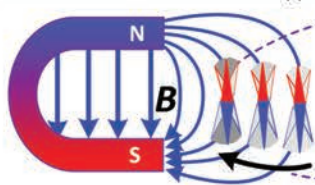
21.4 Νόμος Biot-Savart

Μετά την παραπάνω ανακάλυψη του Oersted το 1819, προέκυψε η ανάγκη να προσδιοριστεί ποσοτικά το μαγνητικό πεδίο που παράγει γύρω του ένας ρευματοφόρος αγωγός στον χώρο. Με το πρόβλημα αυτό ασχολήθηκαν το 1820 δύο Γάλλοι, οι Jean-Baptiste Biot και Félix Savart, οι οποίοι διεξήγαγαν πειράματα με ρευματοφόρο αγωγό πολύ μεγάλου (άπειρου) μήκους. Χρειάστηκε να κάνουν πειράματα, στα οποία μελέτησαν την ταλάντωση που έκανε μια μαγνητική βελόνα γύρω από τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί μεγάλου μήκους κατακόρυφος αγωγός.



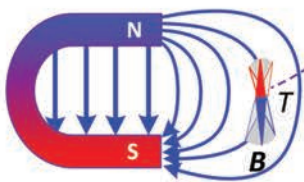
Η σχέση μεταξύ έντασης μαγνητικού πεδίου και της περιόδου T της ταλάντωσης της μαγνητικής βελόνας.

Μαγνητικό πεδίο λεπτού πεταλοειδούς μαγνήτη.

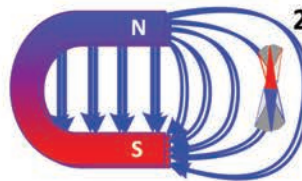


Γνωρίζουμε ότι μια μαγνητική βελόνα ταλαντώνεται γρηγορότερα...
...όσο αυξάνεται η ένταση B του μαγνητικού πεδίου, για παράδειγμα πλησιάζοντας έναν μαγνήτη.

Για την εύρεση της ποσοτικής σχέσης μεταξύ του μαγνητικού πεδίου και της περιόδου ταλάντωσης της βελόνας, ...



...πρώτα, σε κάποια σταθερή θέση από τον μαγνήτη, μετράμε την περίοδο T ταλάντωσης της βελόνας. ...



...διπλασιάζεται το μαγνητικό πεδίο σε $2B$ σε κάθε σημείο του χώρου γύρω από τον μαγνήτη.

Σε αυτή την περίπτωση η βελόνα ταλαντώνεται γρηγορότερα με την περίοδο ταλάντωσης να υποδιπλασιάζεται σε $T/2$

...Συμπεραίνουμε ότι η περίοδος ταλάντωσης T είναι αντιστρόφως ανάλογη της έντασης του B :

$$T \propto 1/B$$

Οι Biot-Savart βασιζόμενοι στην παραπάνω ιδιότητα της ταλάντωσης της μαγνητικής βελόνας, μελέτησαν το πώς μεταβάλλεται το μαγνητικό πεδίο του ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους ως εξής:

Οι Biot-Savart μελέτησαν πώς μεταβάλλεται το B με τη μεταβολή του ηλεκτρικού ρεύματος του αγωγού.

Για τον σκοπό αυτό, η μαγνητική βελόνα βρίσκεται σε κάποια σταθερή απόσταση d από τον ρευματοφόρο αγωγό, ...
...ενώ το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τον μακρύ κατακόρυφο αγωγό ρυθμίζεται σε διάφορες σταθερές τιμές. ...

...Βρέθηκε πως όταν διπλασιάζεται η τιμή του ρεύματος i , τότε υποδιπλασιάζεται η περίοδος T της ταλάντωσης της βελόνας:

$$T \propto 1/i$$

...Όμως επειδή: $T \propto 1/B$, άρα $T \propto 1/B \propto 1/i$

$$B \propto i$$

...φανερώνοντας ότι η ένταση B του μαγνητικού πεδίου του αγωγού είναι ανάλογη της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος i .

Επιπλέον, οι Biot-Savart μελέτησαν πώς μεταβάλλεται το B με την απόσταση d από τον ρευματοφόρο αγωγό.

Ο μακρύς κατακόρυφος ρευματοφόρος αγωγός διαρρέεται από σταθερής έντασης ηλεκτρικό ρεύμα...

...και η μαγνητική βελόνα τοποθετείται σε διάφορες αποστάσεις από τον ρευματοφόρο αγωγό.

...Οι Biot-Savart μέτρησαν την περίοδο T της ταλάντωσης της μαγνητικής βελόνας όταν αυτή βρίσκεται στις διαφορετικές αποστάσεις d από τον αγωγό. ...

...Βρήκαν ότι η T αυξάνεται με την απόσταση d της βελόνας από τον αγωγό:

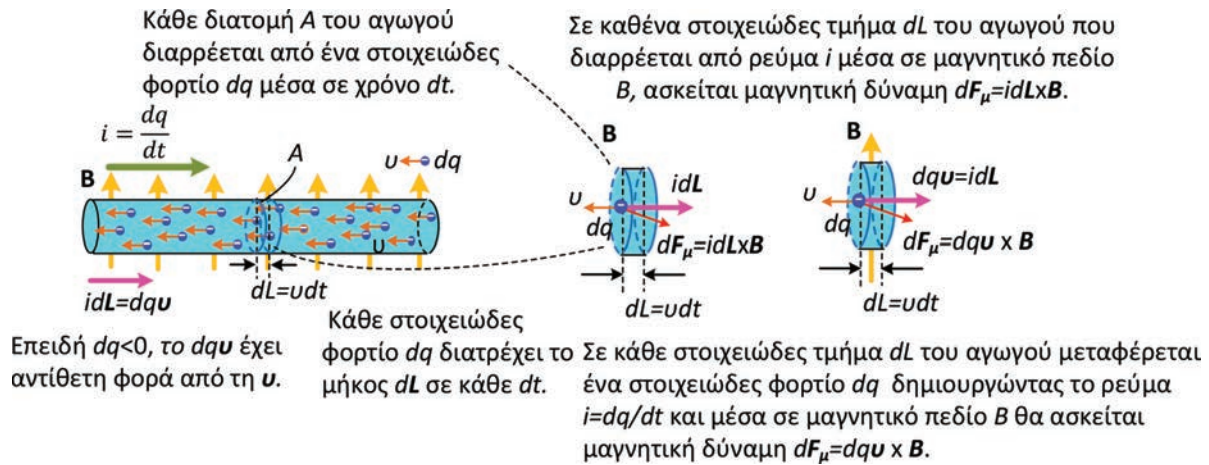
$$T \propto d$$

...Επειδή όμως: $T \propto 1/B$, άρα: $T \propto 1/B \propto d$

...φανερώνοντας ότι η ένταση B του μαγνητικού πεδίου του αγωγού είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης d :

$$B \propto 1/d$$

Επομένως, οι μαγνητικές δυνάμεις στους ρευματοφόρους αγωγούς οφείλονται στις μαγνητικές δυνάμεις των ηλεκτρονίων που κινούνται μέσα σε αυτούς.

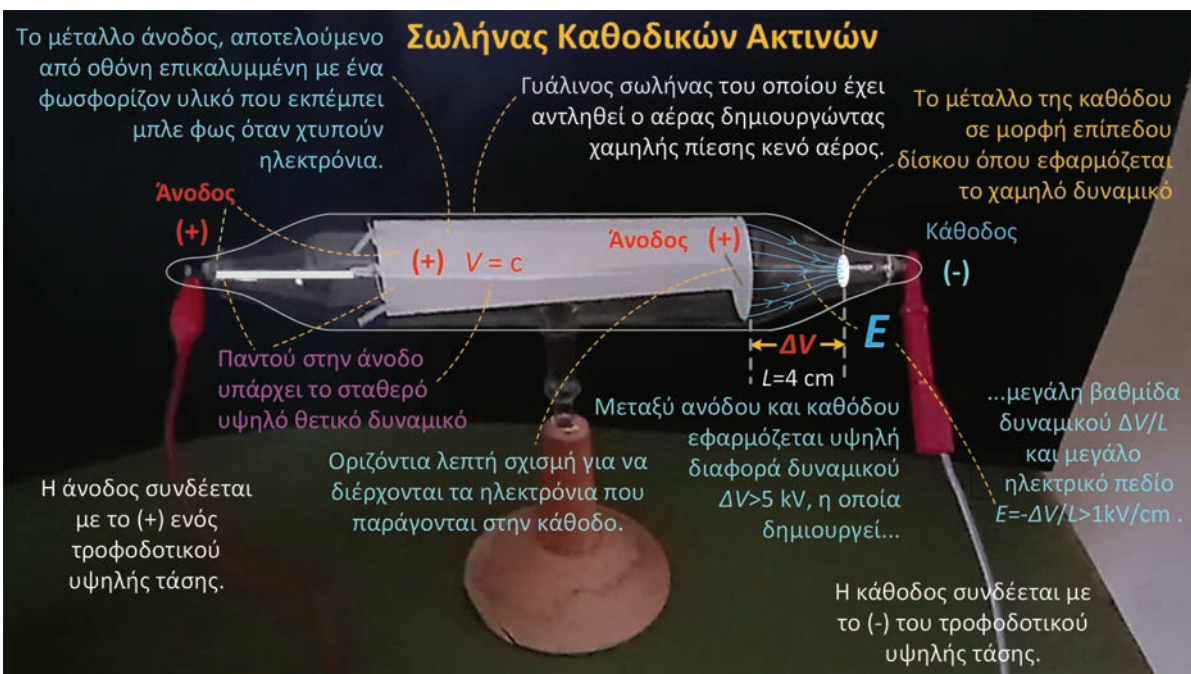


22.3 Μαγνητική δύναμη σε δέσμη ηλεκτρονίων καθοδικού σωλήνα

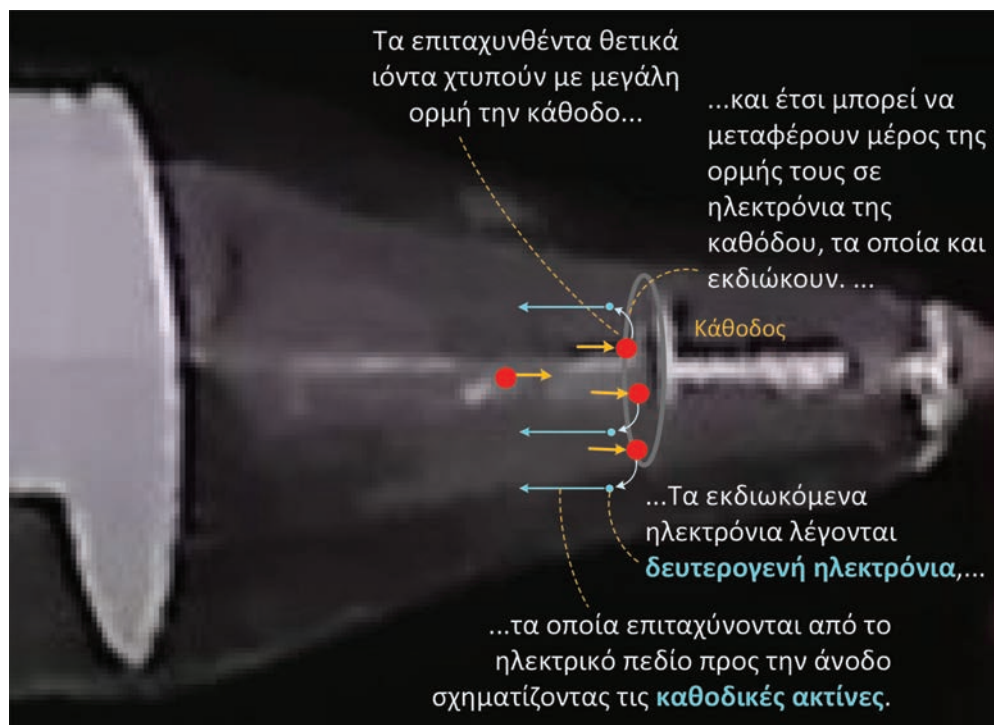
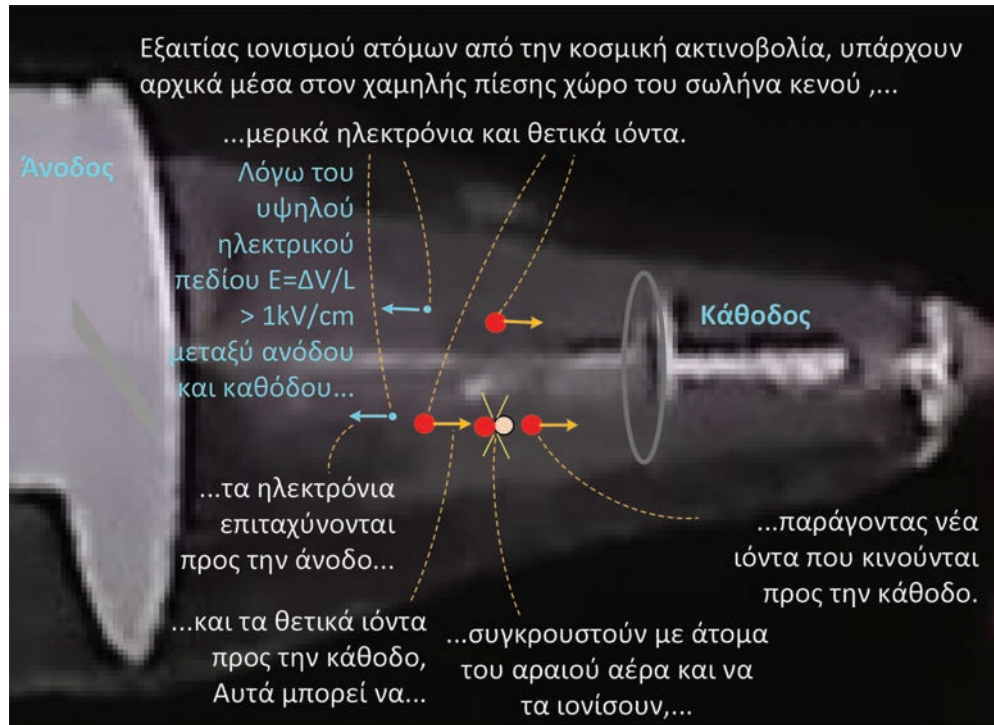
Σε έναν καθοδικό σωλήνα, όπου παράγεται ευθύγραμμη δέσμη ηλεκτρονίων (καθοδικές ακτίνες), πλησιάζουμε έναν μαγνήτη και μελετάμε τη δράση του μαγνητικού πεδίου επί της δέσμης των ηλεκτρονίων, που εκτρέπει τη δέσμη των ηλεκτρονίων. Έτσι, μπορούμε να καταγράψουμε απευθείας ζωντανά τη μαγνητική δύναμη που ασκείται σε κάθε κινούμενο ηλεκτρόνιο της δέσμης των καθοδικών ακτίνων, από όπου θα βγάλουμε συμπεράσματα από τι εξαρτάται η μαγνητική δύναμη στα ηλεκτρόνια και γενικότερα στα φορτισμένα σωματίδια.

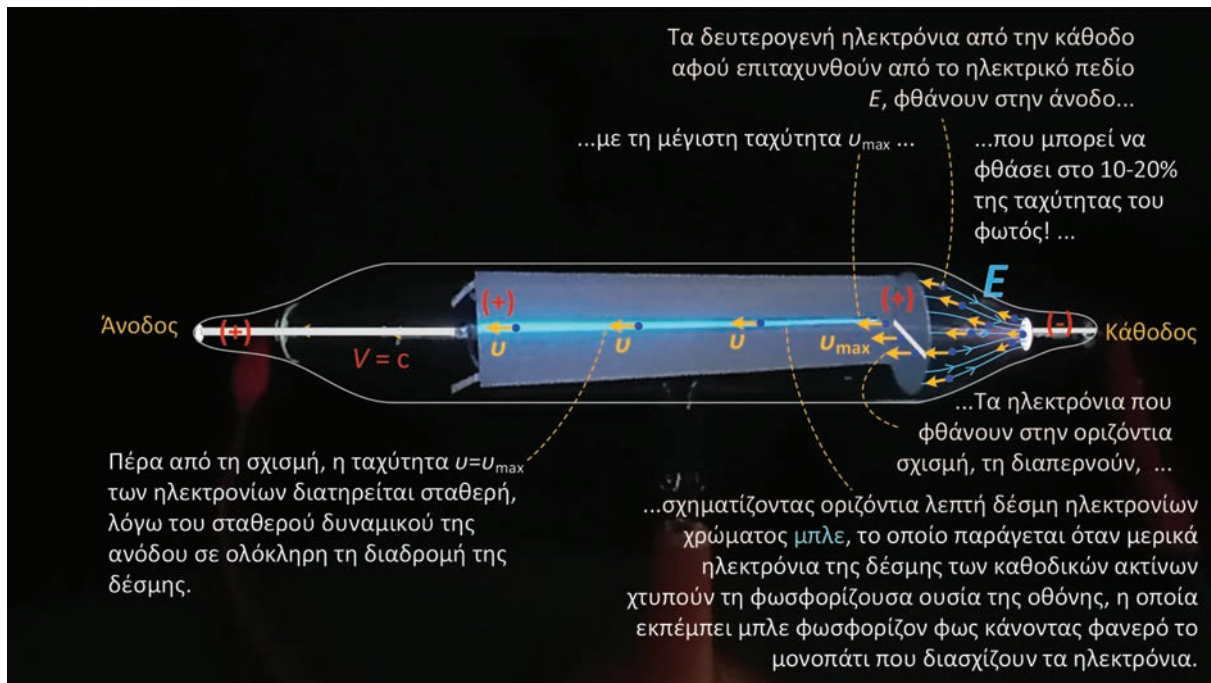
Παραγωγή καθοδικών ακτίνων σε καθοδικό σωλήνα

Για τη μελέτη μας χρησιμοποιούμε τον παρακάτω καθοδικό σωλήνα.



Ο μηχανισμός παραγωγής καθοδικών ακτίνων μέσα στον καθοδικό σωλήνα.





Εκτροπή των ηλεκτρονίων από μαγνητικό πεδίο (μαγνήτη)

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε πώς εκτρέπεται η δέσμη των ηλεκτρονίων από μαγνητικό πεδίο.

Γι' αυτόν τον σκοπό πλησιάζουμε κοντά στον καθοδικό σωλήνα έναν μικρό μαγνήτη και παρατηρούμε πώς εκτρέπεται η δέσμη των ηλεκτρονίων.

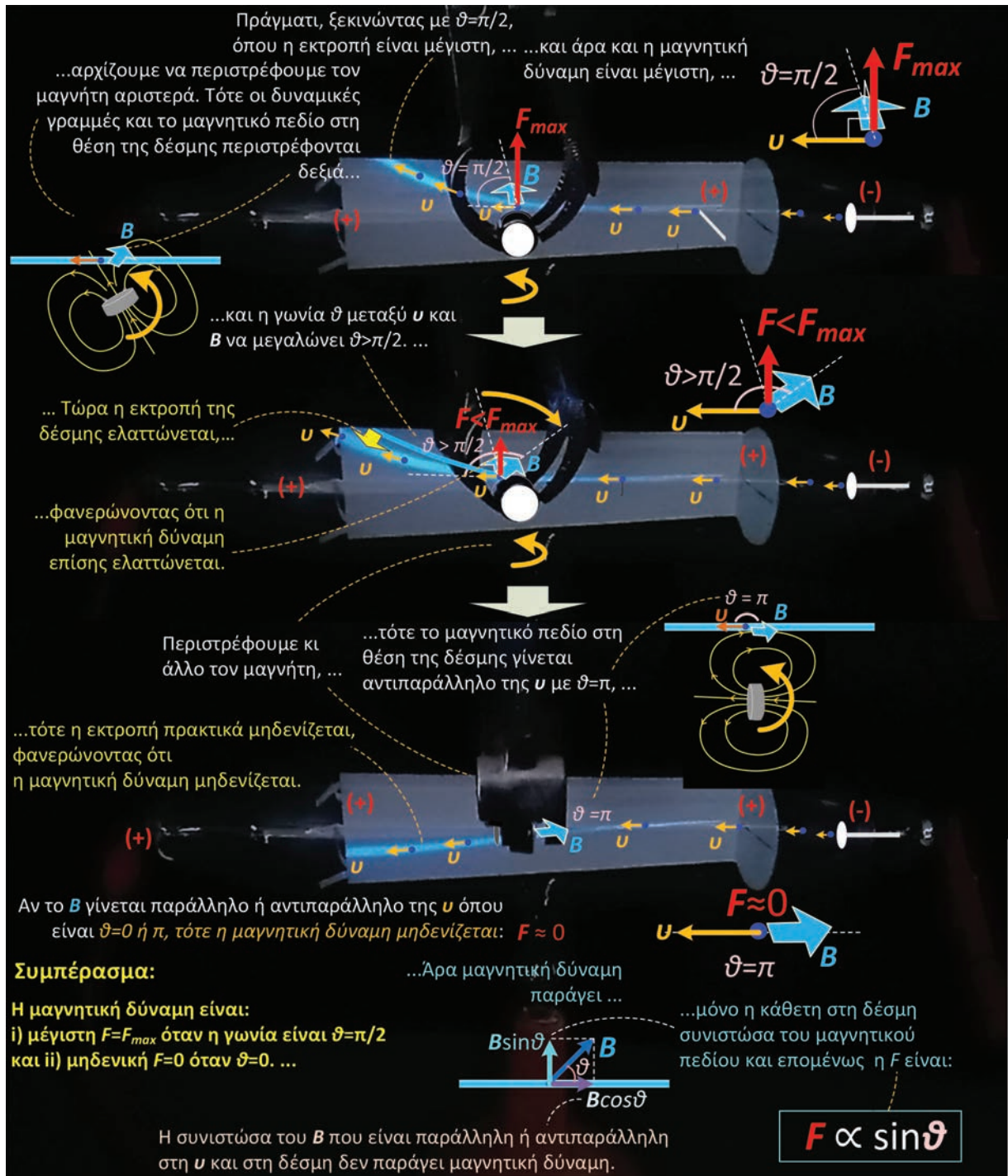
Από την εκτροπή της δέσμης βγάζουμε πολύ χρήσιμα συμπεράσματα για το ποια ακριβώς μαγνητική δύναμη δέχονται τα ηλεκτρόνια, λόγω του μαγνητικού πεδίου. Βρίσκουμε τη διεύθυνση και τη φορά της μαγνητικής δύναμης και από ποιες παραμέτρους αυτή εξαρτάται. Το πώς εξαρτάται αυτή από την κατεύθυνση του διανύσματος του μαγνητικού πεδίου από την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Επίσης, βρίσκουμε την εξάρτηση της μαγνητικής δύναμης από το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας των ηλεκτρονίων.



Τέλος θα βρούμε τη διανυσματική μορφή της μαγνητικής δύναμης και θα διαπιστώσουμε πειραματικά ότι αυτή δίνεται από ένα εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων.

Πράγματι, περιστρέφοντας τον μαγνήτη, η γωνία απομακρύνεται από τη γωνία $\theta = \pi/2$, τότε διαπιστώνουμε ότι η εκτροπή της δέσμης των ηλεκτρονίων ελαττώνεται από τη μέγιστη εκτροπή που βρήκαμε παραπάνω και συγκεκριμένα βρίσκουμε ότι μηδενίζεται για $\theta = 0$ ή $\theta = \pi$.



Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την εξάρτηση της εκτροπής της δέσμης των ηλεκτρονίων των καθοδικών ακτινών από την ένταση του μαγνητικού πεδίου και τη μέγιστη ταχύτητα των ηλεκτρονίων που αποκτούν από την εφαρμοζόμενη τάση μεταξύ ανόδου και καθόδου.

Θεωρούμε ένα σημειακό φορτίο Q να είναι αρχικά ακίνητο στη θέση O τη χρονική στιγμή $t=0...$

Μετά τον χρόνο τ κινείται με την ταχύτητα u που έφθασε αφού επιταχύνθηκε,...

...Κατά το μικρό χρονικό διάστημα $0-\tau$, το φορτίο επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση a .

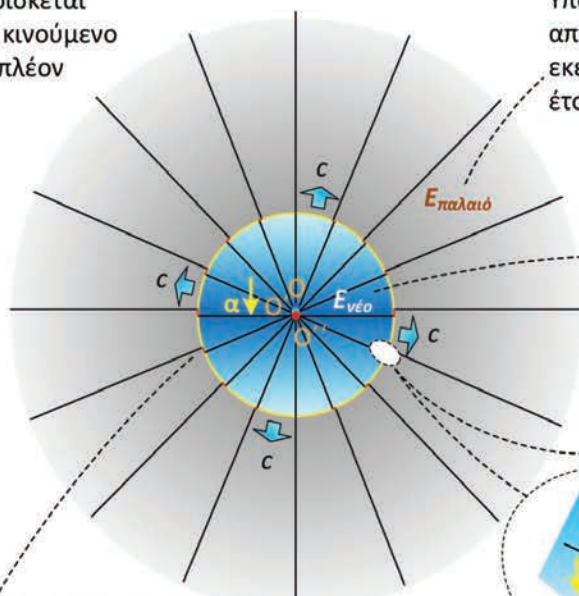
...επομένως κατά τους χρόνους $\tau < t_1 < t_2 < t_3$ το φορτίο κινείται με ομαλή ταχύτητα u .



Αφού το φορτίο επιταχυνθεί, το ηλεκτρικό πεδίο στον γύρω χώρο αλλάζει, όμως όχι ακαριαία παντού...

...αλλά όπως οι κυματισμοί σε μια λίμνη, όπως είπαμε στην αρχή του κεφαλαίου, δεν διαδίδονται μεμιάς παντού.

Τη χρονική στιγμή $t_1 > \tau$, το φορτίο βρίσκεται στη θέση O' κινούμενο με σταθερή πλέον ταχύτητα u .

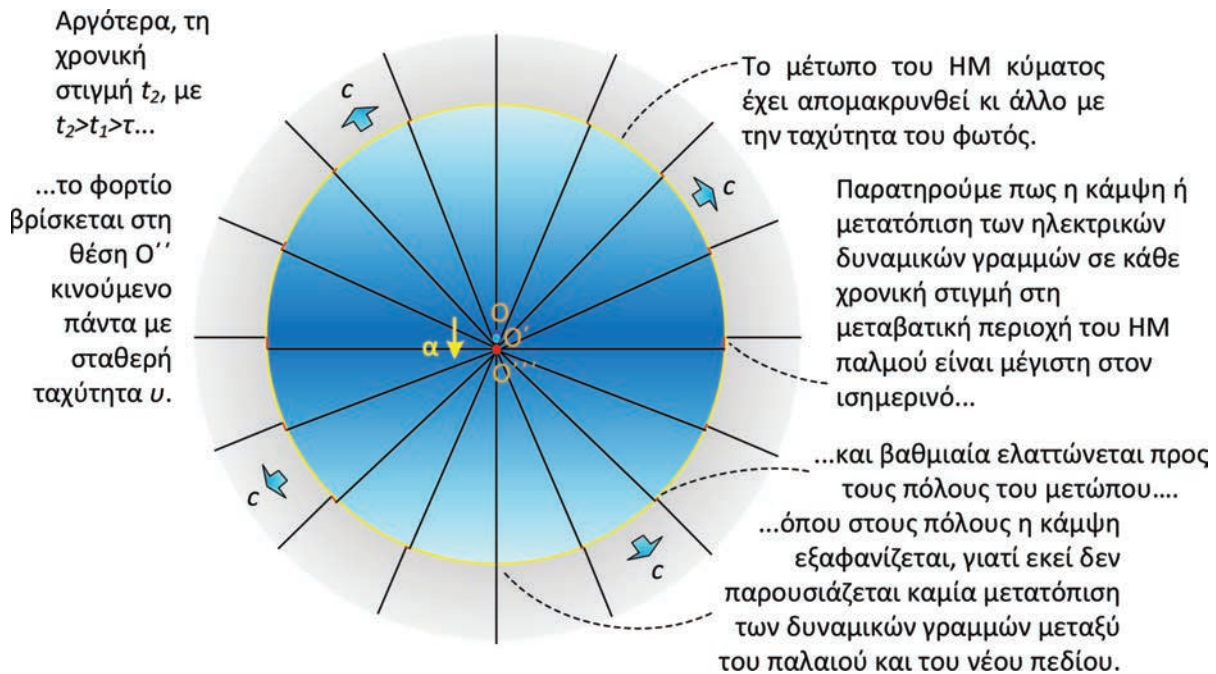


Η μεταβατική ζώνη συνιστά έναν ΗΜ παλμό που διαδίδεται στον χώρο ως μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου, λόγω του ότι το φορτίο επιταχύνθηκε.

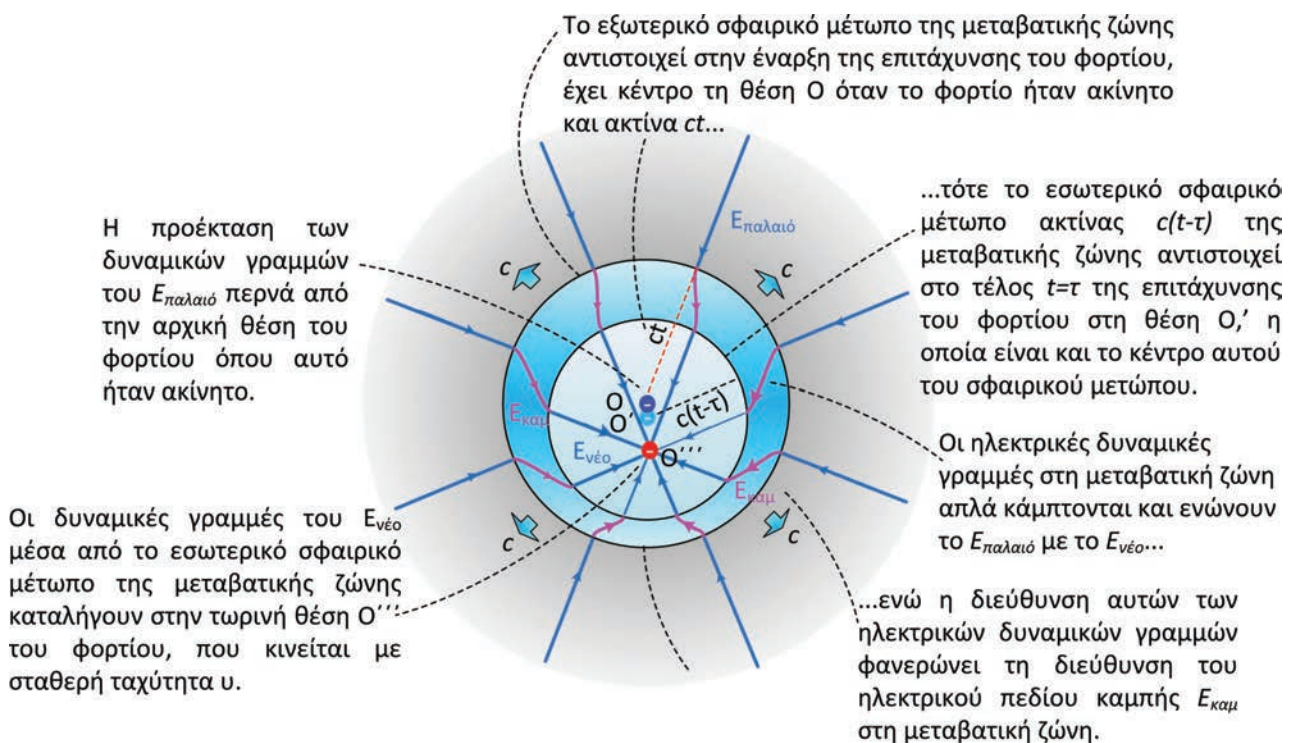
Ο παρακάτω παλμός είναι το ΗΜ κύμα και θα αποδείξουμε ότι κινείται με την ταχύτητα c του φωτός.

...και οι γραμμές μετατοπίζονται **πάντα** προς τα μπροστά, προς την κατεύθυνση της επιτάχυνσης a του σημειακού φορτίου, είτε αυτό είναι θετικό είτε αρνητικό.

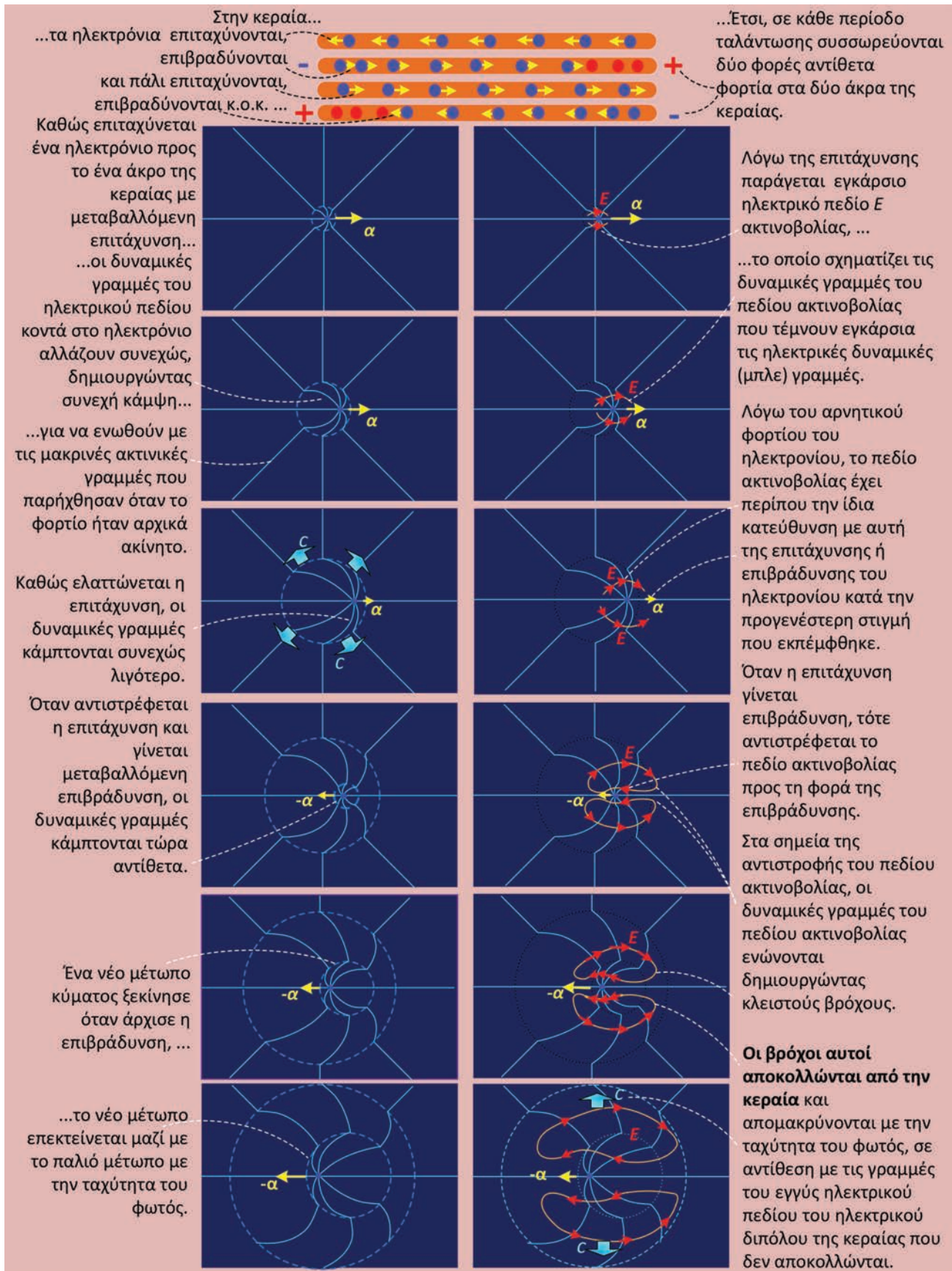




Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε με περισσότερες λεπτομέρειες τη μεταβατική ζώνη του σφαιρικού μετώπου του ΗΜ παλμού, επίτηδες μεγεθυμένη σε κάποια χρονική στιγμή $t' > \tau$. Σε αυτήν τη χρονική στιγμή, ένα αρνητικό φορτίο έχει φθάσει στη θέση O''' από την αρχική θέση O επιταχυνόμενο για το χρονικό διάστημα $0-\tau$, ενώ μετά δεν επιταχύνεται άλλο και κινείται με σταθερή ταχύτητα u .

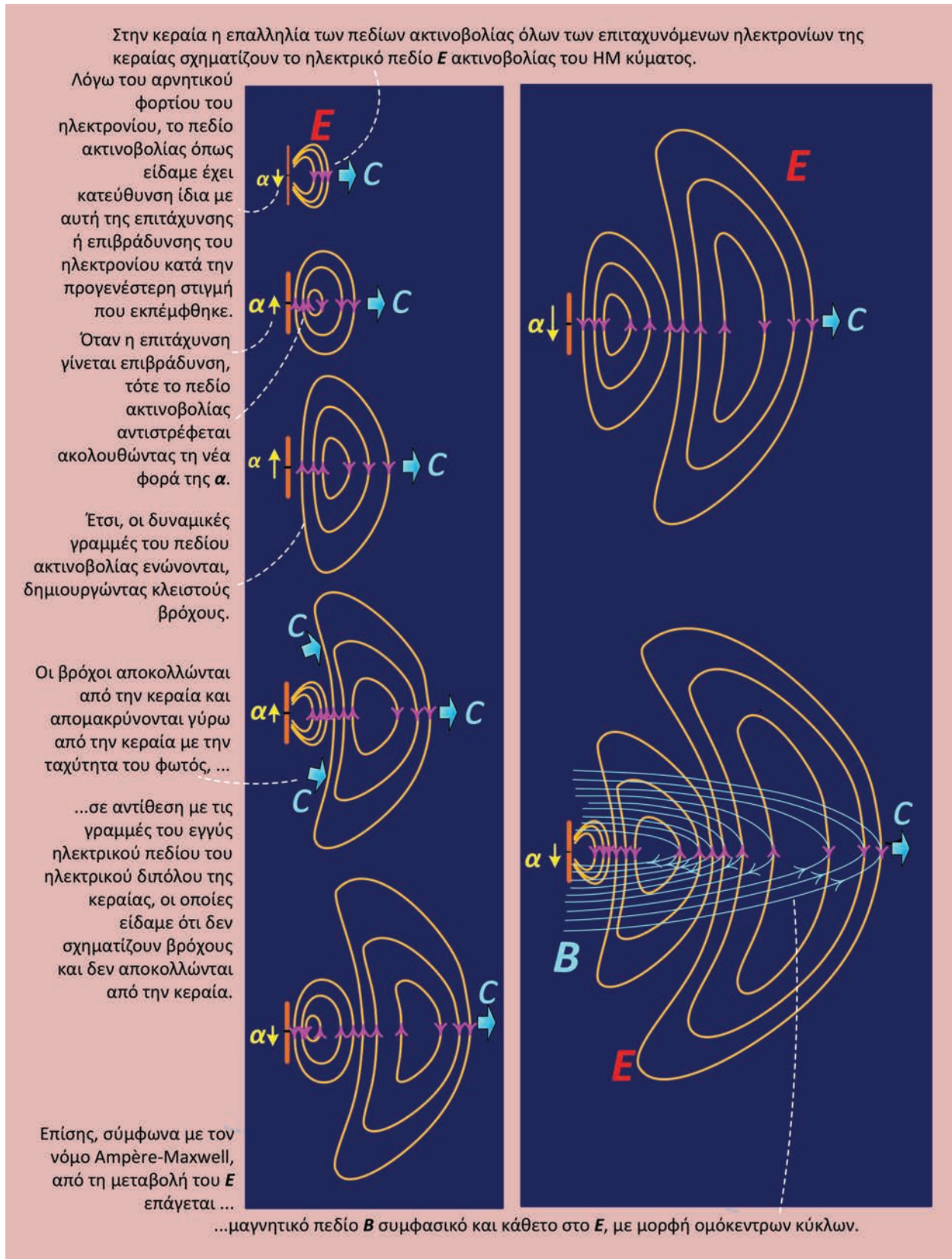


χυνση ή επιβράδυνση φορτίων, στην προκειμένη περίπτωση των ελεύθερων ηλεκτρονίων της κεραίας. Αφού στην κεραία μεταξύ των δύο άκρων της γίνεται ταλάντωση των ελεύθερων ηλεκτρονίων, αυτά



υφίστανται διαδοχικές επιταχύνσεις και επιβραδύνσεις παράγοντας μεταβαλλόμενα πεδία ακτινοβολίας. Στο προηγούμενο σχήμα εξετάσαμε πώς παράγονται τα ΗΜ κύματα ακτινοβολίας σημειακού φορτίου.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε πώς δημιουργείται το πεδίο ακτινοβολίας E στην κεραία από τη συλλογική επιτάχυνση ή επιβράδυνση των ελεύθερων ηλεκτρονίων.



ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Ο κλασικός ζυγός ζυγίζει χωρίς να μετρά κανένα βάρος:

$$B_x = m_x g \quad B_p = m_p g$$

απλά συγκρίνει την άγνωστη μάζα m_x με την πρότυπη μάζα m_p ...

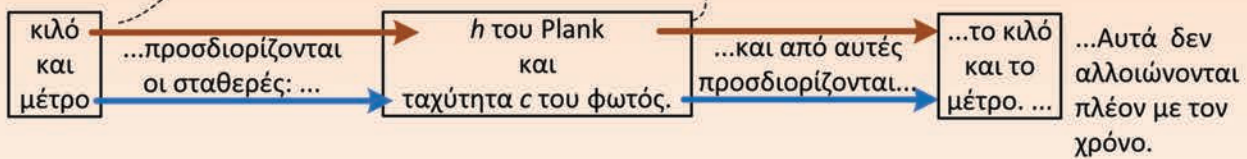
...και διαπιστώνεται με τον δείκτη να μένει ακίνητος στην ισορροπία αν η άγνωστη μάζα είναι ίση με τη γνωστή πρότυπη μάζα m_p .

Παρόμοια ισχύει και για το μέτρο, υπήρχε μια πρότυπη ράβδος που ήταν το πρότυπο μέτρο σύγκρισης. Όμως, χρησιμοποιώντας φυσικά αντικείμενα για πρότυπα υπάρχει το σοβαρό πρόβλημα της αλλοίωσής τους με τον χρόνο.

Αυτό είναι απαράδεκτο, γιατί όλες οι άλλες μονάδες που προκύπτουν από τις πρότυπες θα αλλάζουν.

Η λύση ήταν η εξής: Με βάση τα υπάρχοντα πρότυπα φυσικά αντικείμενα...

Μετά οι τιμές αυτές των σταθερών πάγωσαν το 2019, ...



Ο ζυγός Kibble χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του κιλού, και γενικότερα κάθε μάζας m_x ...

...όμως, στον ζυγό τοποθετείται μόνο η άγνωστη μάζα m_x ...

Το βάρος της B_x αντισταθμίζεται από μαγνητική δύναμη F_L σε πηνίο μέσα σε οριζόντιο ακτινικό μαγνητικό πεδίο B :

$$B_x = m_x g = F_L = BLI$$

Το ρεύμα I του πηνίου μετρίεται...

Το άγνωστο γινόμενο BL απαλείφεται μέσω μέτρησης στη λειτουργία ταχύτητας του ζυγού...

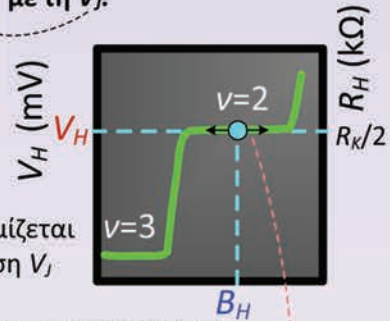
...όπου το πηνίο κινείται με σταθερή ταχύτητα u μέσα στο μαγνητικό πεδίο B και επάγεται τάση V_ϵ :

$$m_x g = BLI = V_\epsilon I / u$$

Ζυγός Kibble Λειτουργία ζύγισης

...Αντίβαρο στη μάζα m_x δεν υπάρχει. Όμως, πρακτικά αντίβαρο είναι η σταθερά h μέσω της οποίας τελικά προσδιορίζεται η m_x .

Δηλαδή η V_H χωρίς να μετρίεται συγκρίνεται-ζυγίζεται με τη V_J .



Η κβαντισμένη αντίσταση Hall R_H είναι στο 2ο πλάτωμα λειτουργίας του κβαντικού φαινομένου Hall όπου: $R_H = R_K / v = R_K / 2 = h / (2e^2)$

Δηλαδή η V_ϵ χωρίς να μετρίεται συγκρίνεται-ζυγίζεται με τη V_J .

Η V_ϵ αντισταθμίζεται πάλι από την τάση V_J επαφών Josephson: $V_\epsilon = V_J = N_\epsilon [h/(2e)] f_\epsilon$