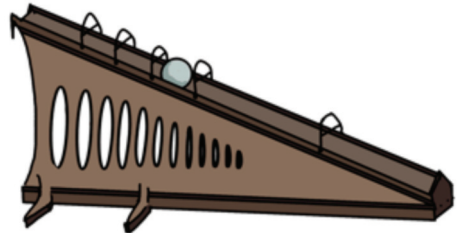


## Κεφάλαιο

## 5

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ - ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Τα σώματα στη φύση μπορεί να ηρεμούν, να κινούνται με σταθερή ταχύτητα καθώς επίσης μπορεί να επιταχύνονται ή να επιβραδύνονται. Ενδιαφέρον παρουσιάζει να εξετάσουμε με ποιο τρόπο ένα σώμα επιταχύνεται και αποκτά κάποια ταχύτητα και εν συνεχεία πώς το σώμα μπορεί να διατηρήσει σταθερή την ταχύτητα που απέκτησε. Αυτά τα ερωτήματα εκτός από την κίνηση των σωμάτων που παρατηρούμε στην καθημερινή ζωή μας, αφορούσαν και την κίνηση των πλανητών. Απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα προσπάθησε να δώσει αρχικά ο Αριστοτέλης. Τα θεμέλια ωστόσο για να δοθούν πραγματικές απαντήσεις σε αυτά τα ερωτήματα άρχισαν να δίνονται πολύ αργότερα από τον Γαλιλαίο και τη μελέτη της κίνησης σφαιρών στο κεκλιμένο επίπεδο (βλέπε διπλανή εικόνα). Τις τελικές και ολοκληρωμένες απαντήσεις τις έδωσε αργότερα ο Νεύτωνας, ο οποίος διατύπωσε τους τρεις νόμους της δυναμικής, οι οποίοι εξηγούν την επιτάχυνση ή επιβράδυνση καθώς και τη διατήρηση της κίνησης όλων των σωμάτων. Οι νόμοι αυτοί της δυναμικής παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο και εξηγείται ο τρόπος με τον οποίο αυτοί οι νόμοι μπορούν να εφαρμοστούν με τη βοήθεια του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού για να επιλύσουν προβλήματα μεταβαλλόμενης κίνησης.



Στην παραπάνω εικόνα απεικονίζεται το ξύλινο κεκλιμένο επίπεδο με ένα αυλάκι, μέσα στο οποίο ο Γαλιλαίος άφηνε να κυλούν σφαίρες και χρονομετρούσε την κίνησή τους. Από ένα τόσο μικρό κατασκευάσμα, για πρώτη φορά στην καταγεγραμμένη ιστορία, μπήκαν τα θεμέλια του προσδιορισμού των νόμων που διέπουν και εξηγούν την κίνηση των σωμάτων με μέγεθος από έναν κόκκο άμμου μέχρι τα ουράνια σώματα, πλανήτες, αστέρια και γαλαξίες.

## 5.1 Οι νόμοι του Νεύτωνα

### Πρώτος νόμος του Νεύτωνα

Ένα όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα επάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Η καθημερινή μας παρατήρηση μας βεβαιώνει ότι για να κινείται το όχημα με σταθερή ταχύτητα, θα πρέπει να ασκείται κάποια συγκεκριμένη δύναμη, διαφορετικά η ταχύτητά του θα ελαττώνεται βαθμιαία και μετά από κάποιο χρόνο αυτό θα σταματήσει.

Αυτή η παρατήρηση ανάγκασε τον Αριστοτέλη να συμπεράνει πως η μεταβαλλόμενη κίνηση των σωμάτων επάνω στη Γη, αλλά ακόμα και η διατήρησή της με σταθερή ταχύτητα, απαιτεί να ασκούνται ωστικές ή ελκτικές δυνάμεις.

Ο Γαλιλαίος, αφού πραγματοποίησε προσεκτικά πειράματα κύλισης σφαιρών σε κεκλιμένα επίπεδα, απέδειξε πως η παραπάνω άποψη του Αριστοτέλη ήταν λανθασμένη. Ο Γαλιλαίος έκανε πειράματα με σφαίρες κινούμενες επάνω σε περισσότερο λεία επίπεδα και παρατήρησε πως διατηρούσαν την ταχύτητά τους για περισσότερο χρόνο από ό,τι σε λιγότερο λεία επίπεδα.

### Πειράματα Γαλιλαίου σε κεκλιμένα επίπεδα

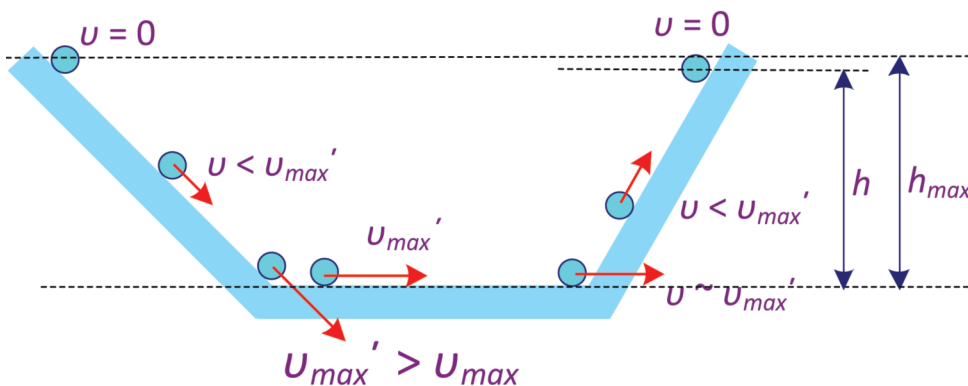
Η σφαίρα αρχικά ακίνητη αφήνεται να επιταχυνθεί λόγω του βάρους της...

...Στο κατώτερο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου η σφαίρα φθάνει τη μέγιστη ταχύτητα  $u_{max}$ ...

...Στο οριζόντιο επίπεδο η σφαίρα συνεχίζει με μικρές απώλειες λόγω τριβής με περισσότερο σταθερή ταχύτητα, κοντά στην  $u_{max}$ ...

...Η σφαίρα μηδενίζει την ταχύτητά της σε ένα ανώτατο ύψος λίγο πιο κάτω από αυτό που ξεκίνησε, λόγω απωλειών εξαιτίας των τριβών.

...Στο ανηφορικό επίπεδο η σφαίρα επιβραδύνεται λόγω του βάρους της...

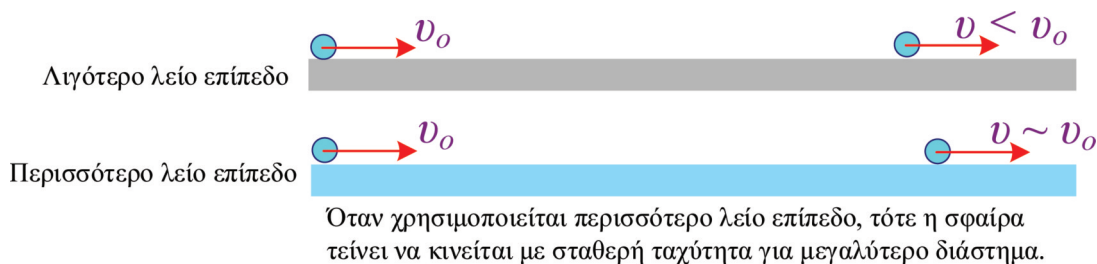


Όσο ασκείται δύναμη στη σφαίρα, τόσο αυτή μπορεί να επιταχύνεται ή να επιβραδύνεται...

...Όταν όμως δεν ασκείται δύναμη στη σφαίρα, όπως στο λείο οριζόντιο επίπεδο, τότε αυτή τείνει να διατηρήσει σταθερή την ταχύτητά της...

Όταν ήταν τα κεκλιμένα επίπεδα περισσότερο λεία, τότε η σφαίρα είχε λιγότερες τριβές και έφθανε σε μεγαλύτερο ύψος  $h$ , προσεγγίζοντας το μέγιστο ύψος  $h_{max}$  από εκεί που έφυγε.

Ο Γαλιλαίος, βασιζόμενος σε αυτές τις παρατηρήσεις, συμπέρανε ότι όταν δεν υπάρχουν δυνάμεις που να αντιστέκονται στην κίνηση των σωμάτων, όπως οι τριβές, τότε αυτά έχουν την τάση-ιδιότητα να διατηρούν την ευθύγραμμη κίνησή τους με σταθερή ταχύτητα.



Αυτή την ιδιότητα των σωμάτων να τείνουν να διατηρήσουν την ταχύτητά τους σταθερή ο Γαλιλαίος την ονόμασε **αδράνεια**.

Αυτό το συμπέρασμα ήταν μεγάλο επίτευγμα για την εποχή του Γαλιλαίου, ο οποίος κατάφερε να αποδείξει ότι οι τριβές είναι αυτές που χρειάζεται να υπερνικηθούν ώστε να διατηρούν τα σώματα την ταχύτητά τους σταθερή και πως για να γίνει αυτό δεν χρειάζονται ωστικές δυνάμεις, όπως πίστευε ο Αριστοτέλης.

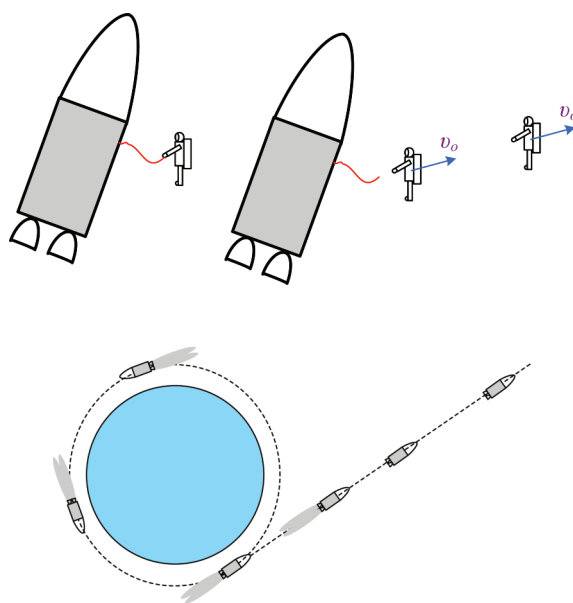
Αργότερα, ο Νεύτωνας αναδιατύπωσε καλύτερα αυτόν το νόμο, ο οποίος λέγεται και νόμος της αδράνειας και αποτελεί τον πρώτο νόμο της δυναμικής, ως εξής:

**Κάθε σώμα παραμένει στην κατάσταση της ηρεμίας ή της ομαλής ευθύγραμμης κίνησης στην οποία βρίσκεται, εκτός αν αναγκαστεί να αλλάξει κατάσταση από δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.**

Σήμερα, με τα ταξίδια στο Διάστημα με διαστημόπλοια, αυτός ο νόμος φαίνεται ως ένας προφανής νόμος, πρακτικά λόγω της απουσίας της βαρύτητας κι έτσι τα σώματα αιωρούνται χωρίς να βρίσκονται σε επαφή με άλλα σώματα και να ασκούνται δυνάμεις τριβής. Έτσι, ένας αστροναύτης που βγαίνει έξω από το διαστημόπλοιο, αν αποκτήσει κάποια μικρή έστω ταχύτητα  $v_0$  από κάποια πολύ μικρή ώθηση και το σχοινί που τον συγκρατεί κοπεί, τότε θα απομακρύνεται για πάντα από το διαστημόπλοιο με τη σταθερή ταχύτητα  $v_0$ . Τότε, ο αστροναύτης θα καταστεί χαμένος στο Διάστημα.

Λόγω της αδράνειας των σωμάτων, τα διαστημόπλοια χρησιμοποιούν τους κινητήρες μόνο για μικρό χρονικό διάστημα, ώστε να αποκτήσουν την απαιτούμενη ταχύτητα για να ξεφύγουν από την έλξη της Γης.

Αφού επιτευχθεί αυτό, οι κινητήρες σβήνουν και τα διαστημόπλοια μπορούν να κινούνται για όλο το υπόλοιπο ταξίδι τους με σταθερή ταχύτητα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι τα διαστημόπλοια Voyager I και II, τα οποία εκτοξεύτηκαν τη δεκαετία του '70 και αφού εξερεύνησαν το ηλιακό μας σύστημα, εξακολουθούν ακόμα και σήμερα να κινούνται χωρίς επιπλέον ώθηση και να απομακρύνονται από το ηλιακό μας σύστημα. Το γεγονός αυτό τα καθιστά τα πιο απομακρυσμένα αντικείμενα που έχει στείλει ποτέ ο ανθρώπινος πολιτισμός στο Διάστημα.



## Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

Ο Γαλιλαίος ασχολήθηκε επίσης και με τη μέτρηση της επιτάχυνσης των σφαιρών που κινούνταν λόγω του βάρους τους, χρησιμοποιώντας κεκλιμένα επίπεδα, καθώς οι ταχύτητες πτώσεως είναι πολύ μικρότερες από την κατακόρυφη πτώση κι έτσι μπορούσε να κάνει πιο εύκολα μετρήσεις. Μέτρησε την ταχύτητά τους και από τις μεταβολές αυτής υπολόγισε την επιτάχυνσή τους. Για τη μέτρηση του χρόνου χρησιμοποίησε έναν λεπτό σωλήνα με νερό. Μετρούσε κατά πόσα διαστήματα που είχε χαράξει επάνω στον σωλήνα άδειαζε το νερό λόγω της βαρύτητας, αφού ο ρυθμός που αδειάζει ένας σωλήνας από το νερό είναι σταθερός.

### Μελέτη κίνησης σφαίρας σε λείο κεκλιμένο επίπεδο με αμελητέες τριβές

Για κάθε σταθερό χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , π.χ. 1 s...

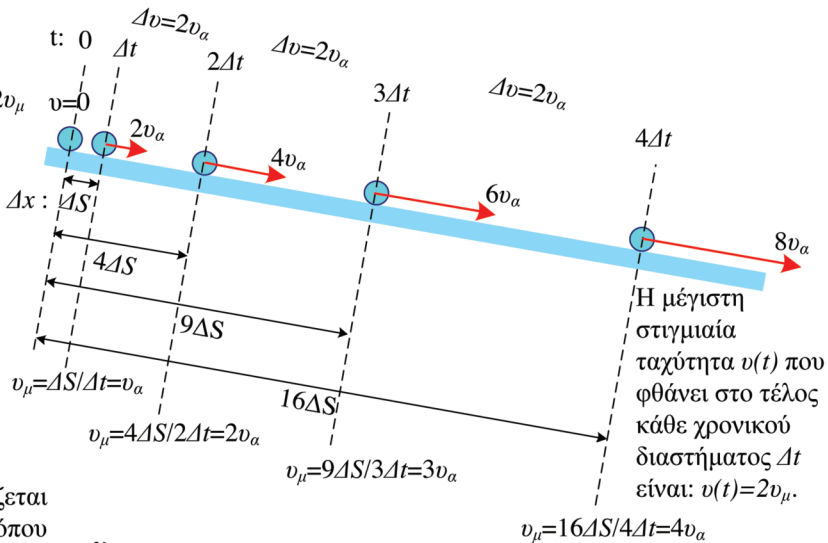
...σημειώνεται στο κεκλιμένο επίπεδο το διάστημα  $\Delta x$  που διανύει η σφαίρα. Το  $\Delta x$  αλλάζει με έναν ομαλό τρόπο:  $\Delta S, 4\Delta S, 9\Delta S, 16\Delta S, \dots$

Δηλαδή  $\Delta x = n^2 \Delta S$  όπου  $n=1, 2, 3, 4, 5, \dots$

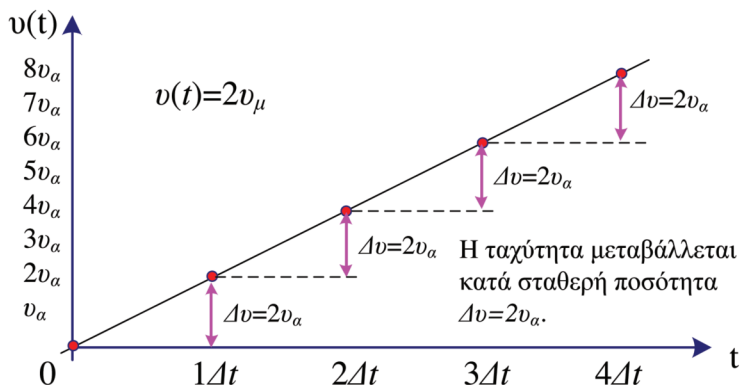
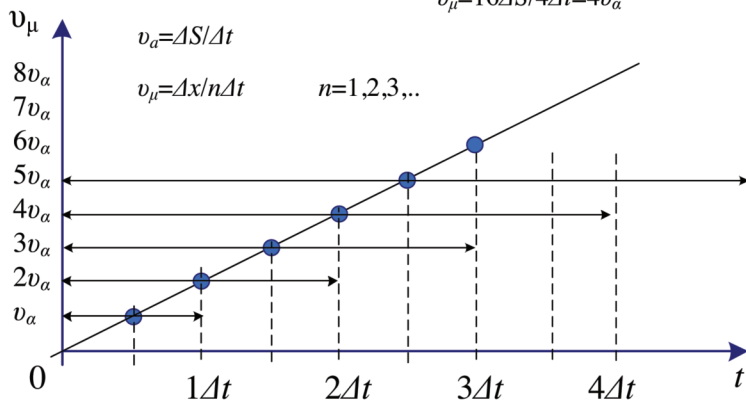
Η μέση ταχύτητα  $v_\mu$  υπολογίζεται από το πηλίκο:  $v_\mu = \Delta x / n\Delta t$ , όπου  $n=1, 2, 3, \dots$  δηλαδή το διάστημα που διανύει  $\Delta x$ , μέσα στον αντίστοιχο συνολικό χρόνο  $t = n\Delta t$ .

Όμως  $v_\mu = \Delta x / n\Delta t = n^2 \Delta S / n\Delta t = n\Delta S / \Delta t = nv_a$

Επομένως, η μέση ταχύτητα  $v_\mu = nv_a$  είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της σταθερής ταχύτητας  $v_a = \Delta S / \Delta t$ . Άρα η  $v_\mu$  μεταβάλλεται ομαλά, εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.



Η μέγιστη στιγμιαία ταχύτητα  $v(t)$  που φθάνει στο τέλος κάθε χρονικού διαστήματος  $\Delta t$  είναι:  $v(t) = 2v_\mu$ .



Άρα, η επιτάχυνση  $a$  είναι σταθερή:  $a = \Delta v / \Delta t = 2v_a / \Delta t = \text{σταθερή}$