ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Παράμετροι κατανομής περιουσιακών στοιχείων:

Περίγραμμα κεφαλαίου

4.1 ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕΣΟΥ-ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΣΤΙΣ ΕΙΣΡΟΕΣ

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάσαμε τη δομή του μοντέλου M-V και την εφαρμογή του μέσα από μια σειρά παραδειγμάτων και προβλημάτων. Σε αυτό το κεφάλαιο, εξετάζουμε το ζήτημα της εκτίμησης των εισροών –δηλαδή, τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις– που απαιτούνται για να καταστεί το μοντέλο λειτουργικό.

Η προσέγγιση M-V είναι το κύριο εργαλείο για την πρακτική κατανομή των περιουσιακών στοιχείων. Ενώ το χρησιμοποιούν σχεδόν όλοι, κανείς δεν είναι εντελώς ικανοποιημένος από αυτό. Χωρίς αμφιβολία, η κύρια αιτία της δυσαρέσκειας είναι η ευαισθησία του μοντέλου στις εισροές του. Μικρές αλλαγές στις εισροές –ειδικά στις αναμενόμενες αποδόσεις– μπορεί να προκαλέσουν σημαντικές αλλαγές στο «βέλτιστο» χαρτοφυλάκιο.[1] Συχνά, μια μικρή αλλαγή αρκεί για να οδηγήσει το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο από μία γωνιακή λύση σε μια άλλη. Δηλαδή, μια μικρή αλλαγή επιφέρει την πλήρη απομάκρυνση κάποιων περιουσιακών στοιχείων από το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο και την αιφνίδια εμφάνιση κάποιων άλλων, που δεν υπήρχαν πριν, καταλαμβάνοντας σημαντικές σταθμίσεις στο νέο χαρτοφυλάκιο. Αυτό το πρόβλημα γίνεται πιο έντονο όσο αυξάνεται ο αριθμός των κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων. Το ίδιο πρόβλημα προκύπτει, με διαφορετική μορφή, εάν επιτρέψουμε τις ανοικτές πωλήσεις – δηλαδή, εάν δεν επιβάλλουμε έναν περιορισμό αποκλειστικά σε θέσεις αγοράς. Σε αυτή την περίπτωση, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο θα περιλαμβάνει, σχεδόν πάντα, όλες τις διαθέσιμες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων, όπου κάποιες θα διακρατούνται σε θέσεις αγοράς και κάποιες σε ανοικτές πωλήσεις. Αλλά οι μικρές αλλαγές των εισροών μπορούν να προκαλέσουν αιφνίδιες μεταβολές από θέσεις αγοράς σε ένα συγκεκριμένο περιουσιακό στοιχείο σε θέσεις πώλησης (ή το αντίστροφο) ακόμη κι αν η βελτίωση στην αντικειμενική συνάρτηση M-V είναι αμελητέα.

Γιατί τα αποτελέσματα είναι τόσο ευαίσθητα; Ένα απλό παράδειγμα θα βοηθήσει να κατανοήσουμε καλύτερα το ζήτημα. Έστω ότι υπάρχουν τρεις κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων και οι δύο από αυτές έχουν ταυτόσημες παραμέτρους: την ίδια αναμενόμενη απόδοση, την ίδια διακύμανση και την ίδια συνδιακύμανση με την τρίτη κατηγορία περιουσιακών στοιχείων. Επιπλέον, ας υποθέσουμε ότι αυτές οι δύο κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων είναι τέλεια συσχετισμένες. Θα πρέπει να καταστεί σαφές ότι, στην πραγματικότητα, χρειαζόμαστε μόνο μία από αυτές τις δύο κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων. Εάν συμπεριλάβουμε και τις δύο στο χαρτοφυλάκιο, η συνολική τους στάθμιση μπορεί να κατανεμηθεί αυθαίρετα μεταξύ τους χωρίς να επηρεάζεται ούτε ο κίνδυνος ούτε η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου. Έστω ότι αυξάνουμε την αναμενόμενη απόδοση ενός από τα περιουσιακά στοιχεία κατά ένα μικρό ποσό. Ξαφνικά, δεν είμαστε πλέον αδιάφοροι μεταξύ τους. Θέλουμε να επιλέξουμε να έχουμε θέση αγοράς σε αυτό με την υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση και, εάν είναι δυνατό, θέση πώλησης με την χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση. Έτσι, το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο είναι εξαιρετικά ευαίσθητο στις αναμενόμενες αποδόσεις αυτών των δύο κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων.

Αυτό το παράδειγμα μπορεί να φαίνεται κάπως τεχνητό, αλλά στην πραγματικότητα αποτυπώνει την ουσία του προβλήματος. Καθώς προσθέτουμε κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων στο μοντέλο M-V, είναι πιο πιθανό να υπάρχουν συνδυασμοί των διαθέσιμων στοιχείων με υψηλή συσχέτιση μεταξύ τους.[2] Το πρόγραμμα βελτιστοποίησης M-V θα τείνει να επιλέγει θέση αγοράς σε έναν από αυτούς τους συνδυασμούς και, εάν επιτρέπεται, θέση πώλησης σε έναν άλλο. Οι μικρές αλλαγές στις αναμενόμενες αποδόσεις θα κάνουν τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης να εναλλάσσεται από τον έναν συνδυασμό στον άλλο. Κατά τη διαδικασία αυτή, οι σταθμίσεις, σε συγκεκριμένα περιουσιακά στοιχεία στο συνολικό χαρτοφυλάκιο, μπορεί να είναι ασταθείς ή να λάβουν ακραίες τιμές. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης δεν το θεωρεί πρόβλημα, επειδή δεν αποδίδει καμία σημασία στο εάν ένα συγκεκριμένο περιουσιακό στοιχείο έχει θέση αγοράς, πώλησης ή παραλείπεται από το χαρτοφυλάκιο. Εμείς, ως επενδυτές, ενδιαφερόμαστε για τις σταθμίσεις σε συγκεκριμένες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων, επειδή αυτές αντιστοιχούν στον παραδοσιακό τρόπο ορισμού των επενδυτικών ευκαιριών. Για παράδειγμα, θέλουμε να κατανείμουμε τα διαθέσιμά μας σε έναν διαχειριστή χαμηλής κεφαλαιοποίησης – και όχι σε ένα σύνολο από θέσεις αγοράς και ανοικτών πωλήσεων σε διάφορες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων που μοιάζουν με αυτές του διαχειριστή χαμηλής κεφαλαιοποίησης σε όρους κινδύνου-απόδοσης. Επειδή ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης δεν αντιλαμβάνεται αυτή τη διάκριση, αναγκαζόμαστε συχνά να επιβάλλουμε περιορισμούς για να λάβουμε αποτελέσματα που έχουν νόημα.

Φυσικά, το πραγματικό πρόβλημα είναι ότι δεν γνωρίζουμε τις πραγματικές τιμές των απαραίτητων εισροών του μοντέλου: τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις. Αν γνωρίζαμε αυτές τις τιμές, θα μπορούσαμε να είμαστε σίγουροι ότι ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης παρέχει ακριβείς συμβουλές. Χωρίς αυτή τη βεβαιότητα, θα πρέπει να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους και να αντιμετωπίσουμε τις συνέπειες της ευαισθησίας του αλγορίθμου βελτιστοποίησης των εισροών.

Η επόμενη ενότητα συζητά την εκτίμηση των εισροών του μοντέλου M-V, όταν υποθέτουμε ότι οι επενδυτικές ευκαιρίες παραμένουν σταθερές διαχρονικά. Η Ενότητα 4.3 χαλαρώνει την υπόθεση των σταθερών επενδυτικών ευκαιριών.

Υπάρχει ένας τεράστιος όγκος ακαδημαϊκής έρευνας για τις τεχνικές εκτίμησης που έχουν χρησιμοποιηθεί ή θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία των εισροών που απαιτούνται στην ανάλυση της κατανομής των περιουσιακών στοιχείων. Αναγκαστικά, αυτό το κεφάλαιο εισάγει μόνο μερικά από τα σημαντικά ζητήματα και τις έννοιες. Δεν έχει σκοπό να αποτελέσει μια αυστηρή ή εξαντλητική ανάλυση των στατιστικών τεχνικών.

4.2 ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΕΣ ΕΥΚΑΙΡΙΕΣ

Χρησιμοποιώντας τις ροπές του δείγματος

Η πιο απλή προσέγγιση για την εκτίμηση των αναμενόμενες αποδόσεων, των διακυμάνσεων και των συνδιακυμάνσεων είναι η χρήση αυτού που οι στατιστικοί επιστήμονες αποκαλούν **ροπές του δείγματος** (sample moments) προκειμένου να εκτιμηθούν οι αντίστοιχες **ροπές του πληθυσμού** (population moments). Αυτός είναι ένας εξεζητημένος τρόπος για να χρησιμοποιήσουμε τον μέσο, τη διακύμανση και τις συνδιακυμάνσεις του δείγματος από ένα ιστορικό δείγμα των αποδόσεων, εκτιμώντας τις αντίστοιχες άγνωστες παραμέτρους.

Αυτή η προσέγγιση είναι τόσο συνηθισμένη και απλή στην εφαρμογή που είναι εύκολο να παραβλέψουμε το γεγονός ότι βασίζεται σε μια πολύ ισχυρή υπόθεση. Με δεδομένο ένα ιστορικό δείγμα, μπορούμε να υπολογίσουμε, πάντοτε, τα συνήθη στατιστικά δείγματος στο Excel ή σε κάποιο άλλο λογισμικό πρόγραμμα. Με εξαίρεση την περίπτωση που οι παράμετροι τις οποίες προσπαθούμε να εκτιμήσουμε είναι πραγματικές σταθερές – όπως ο αριθμός π στα μαθηματικά–, ίσως να μην εκτιμούμε αυτό που θέλουμε πραγματικά, δηλαδή τα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης που θα καθορίσουν το *μέλλον*. Προς το παρόν, θα δεχτούμε την υπόθεση ότι οι επενδυτικές ευκαιρίες δεν μεταβάλλονται διαχρονικά. Στην Ενότητα 4.3 αυτή θα χαλαρώσουμε αυτή την υπόθεση.

Κατά την ανάπτυξη του μοντέλου M-V, θα ήταν χρήσιμο να εργαστούμε με τις συνεχώς ανατοκιζόμενες αποδόσεις [βλ. Εξίσωση (3.5) στο Κεφάλαιο 3], επειδή η συνεχώς ανατοκιζόμενη απόδοση για μια περίοδο T ετών είναι απλώς το άθροισμα των αποδόσεων σε κάθε υποπερίοδο. Αυτό ισχύει ανεξάρτητα από τον τρόπο επιλογής μιας περιόδου – ένα έτος, ένα τρίμηνο ή ένας μήνας. Αυτό είναι ιδιαίτερα βολικό εδώ, επειδή θέλουμε να εξετάσουμε εάν η συχνότερη δειγματοληψία, όπως η τριμηνιαία αντί για την ετήσια, δίνει πιο ακριβείς εκτιμήσεις των υποκείμενων παραμέτρων.

Έστω ότι οι αποδόσεις κατανέμονται κανονικά με σταθερό μέσο α και σταθερή διακύμανση σ^2 ανά μονάδα χρόνου και ότι δεν συσχετίζονται μεταξύ των περιόδων. Αυτό είναι το μοντέλο που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 3. Η τρέχουσα εστίασή μας είναι στην εκτίμηση των παραμέτρων α και σ^2.[3]

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δεδομένα που καλύπτουν T χρόνια με M παρατηρήσεις, οι οποίες επιλέγονται ανά διαστήματα h ετών, έτσι ώστε $T = hM$. Αν συμβολίσουμε με $r_h(i)$ την i-οστή παρατήρηση όταν η διάρκεια της περιόδου είναι h, η δειγματική μέση απόδοση είναι:

$$\overline{r_h} = \frac{1}{M}\sum_i r_h(i) \tag{4.1}$$

και η δειγματική διακύμανση δίνεται από τη σχέση:

$$S^2 = \frac{1}{M-1}\sum_i \left(r_h(i) - \overline{r_h}\right)^2 \tag{4.2}$$

Εφαρμόζοντας τα βασικά αποτελέσματα για τον μέσο και τη διακύμανση ενός συνόλου τυχαίων μεταβλητών, η αναμενόμενη τιμή του δειγματικού μέσου είναι (αh) και η διακύμανσή του [$\sigma^2 h/M$]. Θέλουμε να έχουμε μια εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης ανά μονάδα χρόνου α. Η εκτίμησή μας, λοιπόν, προκύπτει μέσω της ετησιοποίησης του δειγματικού μέσου – δηλαδή, πολλαπλασιάζοντας με ($1/h$). Αυτό δίνει έναν εκτιμητή με την σωστή αναμενόμενη τιμή. Η διακύμανση αυτής της εκτίμησης είναι $(1/h)^2$ επί τη διακύμανση του δειγματικού μέσου. Δηλαδή, η διακύμανση της εκτίμησης είναι:

$$\frac{\sigma^2 h}{h^2 M} = \frac{\sigma^2}{hM} = \frac{\sigma^2}{T} \tag{4.3}$$

Η Εξίσωση 4.3 ενσωματώνει ένα σημαντικό αποτέλεσμα. Παρατηρούμε ότι η διακύμανση της εκτίμησής μας εξαρτάται από το συνολικό μέγεθος του δείγματος T, αλλά δεν εξαρτάται από το πόσο συχνά λαμβάνουμε δείγματα μέσα στη συνολική περίοδο. Έτσι, η υποδιαίρεση της περιόδου του δείγματος σε μικρότερα διαστήματα

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1
95% διαστήματα εμπιστοσύνης για την αναμενόμενη απόδοση

Μέγεθος του δείγματος (Ετη)	Κάτω όριο	Άνω όριο
10	0,70%	19,30%
25	4,12	15,88
50	5,84	14,16
75	6,61	13,39
100	7,06	12,94
400	8,53	11,47
900	9,02	10,98

δεν βελτιώνει την ακρίβεια της εκτίμησης της μέσης απόδοσης. Τα μηνιαία δεδομένα δεν είναι καλύτερα από τα τριμηνιαία ή τα ετήσια δεδομένα. Στην πραγματικότητα, θα μπορούσαμε να παραδεχτούμε ότι έχουμε μόνο μία παρατήρηση: την απόδοση για ολόκληρη την περίοδο των T ετών! Ο μόνος τρόπος για να λάβουμε μια ακριβέστερη εκτίμηση είναι να έχουμε μεγαλύτερο δείγμα – δηλαδή, να αυξήσουμε το T.

Για να αντιληφθούμε πόσο ακριβής μπορεί να είναι η εκτίμησή μας για την αναμενόμενη απόδοση, ας υποθέσουμε ότι η εκτίμησή μας για την ετήσια μέση απόδοση είναι 10% και η (πραγματική) ετήσια τυπική απόκλιση των αποδόσεων είναι 15%. Ο Πίνακας 4.1 δίνει το 95% διάστημα εμπιστοσύνης της αναμενόμενης απόδοσης για διάφορες περιόδους του δείγματος. Όπως μπορούμε να δούμε στον πίνακα, οι συνέπειες είναι σοβαρές. Προκειμένου να είμαστε βέβαιοι ότι η εκτίμησή μας αποκλίνει το πολύ κατά ±1%, χρειαζόμαστε δεδομένα 900 ετών! Για πιο ρεαλιστικές περιόδους δείγματος 100 ετών ή λιγότερο, η εκτίμηση είναι ελάχιστα καλύτερη από μια εικασία.

Όταν εξετάζουμε την εκτίμηση της διακύμανσης των αποδόσεων, η κατάσταση βελτιώνεται σημαντικά. Υπό την προϋπόθεση ότι οι αποδόσεις κατανέμονται κανονικά, η αναμενόμενη τιμή της ετήσιας δειγματικής διακύμανσης [η Εξίσωση (4.2) πολλαπλασιασμένη με $(1/h)$] είναι σ^2 και η διακύμανσή της είναι[4]

$$\frac{2\sigma^4}{M-1} \tag{4.4}$$

Η ακρίβεια της εκτίμησης βελτιώνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των παρατηρήσεων, M. Για την εκτίμηση της διακύμανσης, τα 10 χρόνια μηνιαίων παρατηρήσεων είναι το ίδιο αποτελεσματικά με τα 120 χρόνια ετήσιων παρατηρήσεων. Σε κάθε περίπτωση, έχουμε 120 παρατηρήσεις. Αντίστοιχα, για μια δεδομένη περίοδο T, η ακρίβεια της εκτίμησης βελτιώνεται καθώς η περίοδος χωρίζεται σε μικρότερες υποπεριόδους – δηλαδή καθώς αυξάνεται το M και μειώνεται το h, ενώ κρατάμε σταθερό το $T = (M\,h)$.

Ο Πίνακας 4.2 παρουσιάζει τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης της δειγματικής τυπικής απόκλισης. Φυσικά, η δειγματική τυπική απόκλιση είναι απλώς η τετραγωνική ρίζα της δειγματικής διακύμανσης. Το πλεονέκτημά της είναι ότι έχει την ίδια μονάδα μέτρησης (ποσοστό) με την αναμενόμενη απόδοση. Ο πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα για περιόδους δείγματος 3, 5 και 10 ετών με τριμηνιαίες, μηνιαίες, εβδομαδιαίες και ημερήσιες συχνότητες δειγματοληψίας. Όπως και στον Πίνακα 4.1, η πραγματική τυπική απόκλιση είναι 15%. Είναι εμφανές από τον Πίνακα 4.2 ότι η συχνότερη δειγματοληψία έχει καταλυτική επίδραση στην ακρίβεια της εκτίμησης. Ακόμη και με δεδομένα τριών ετών μπορούμε να έχουμε 95% βεβαιότητα ότι βρισκόμαστε ±1% εντός της πραγματικής τιμής, εάν χρησιμοποιήσουμε ημερήσια δεδομένα. Με δεδομένα δέκα ετών, μπορεί να επιτευχθεί το ίδιο επίπεδο ακριβείας χρησιμοποιώντας εβδομαδιαίες παρατηρήσεις. Προφανώς, πρόκειται για μια δραστική βελτίωση σε σχέση με τα 900 χρόνια που απαιτούνται για να επιτευχθεί τέτοια ακρίβεια για τη δειγματική μέση απόδοση.[5]

Σαφώς, μέτρα κινδύνου, όπως η διακύμανση και η τυπική απόκλιση μπορούν να εκτιμηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με τις αναμενόμενες αποδόσεις. Ως εκ τούτου, είναι σύνηθες να θεωρούμε ότι οι εκτιμήσεις του κινδύνου μετρώνται με μεγάλη ακρίβεια, παρόλο που μπορεί να υπάρχει σημαντικό σφάλμα εκτίμησης. Για

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2
95% διαστήματα εμπιστοσύνης της δειγματικής τυπικής απόκλισης

Μέγεθος δείγματος (έτη)	Συχνότητα	Κάτω όριο	Άνω όριο
3	Τριμηνιαία	8,83	21,17
3	Μηνιαία	11,50	18,49
3	Εβδομαδιαία	13,33	16,67
3	Ημερήσια	14,24	15,76
5	Τριμηνιαία	10,27	19,72
5	Μηνιαία	12,30	17,70
5	Εβδομαδιαία	13,71	16,29
5	Ημερήσια	14,41	15,59
10	Τριμηνιαία	11,68	18,31
10	Μηνιαία	13,10	16,90
10	Εβδομαδιαία	14,09	15,91
10	Ημερήσια	14,58	15,42

παράδειγμα, συναντάμε συχνά ένα γράφημα που παρουσιάζει τις μεταβολές του κινδύνου ενός περιουσιακού στοιχείου μέσω ενός κυλιόμενου παραθύρου 36 μηνιαίων αποδόσεων. Υπονοείται ότι κάθε σημείο του γραφήματος αντιστοιχεί στον πραγματικό κίνδυνο τη δεδομένη χρονική στιγμή. Ωστόσο, όπως φαίνεται στον Πίνακα 4.2, οι εκτιμήσεις που βασίζονται σε 36 μηνιαίες παρατηρήσεις υπόκεινται σε σημαντικό σφάλμα. Στο παράδειγμά μας, το 95% διάστημα εμπιστοσύνης καλύπτει ένα εύρος ίσο με 7% (11,50%-18,49%) γύρω από την πραγματική τιμή του 15%. Από στατιστικής άποψης, οι διακυμάνσεις εντός αυτού του εύρους αποτελούν απλώς θόρυβο. Επομένως, θα πρέπει να είμαστε επιφυλακτικοί στην απόδοση υπερβολικής πρακτικής σημασίας σε τέτοιες μεταβολές.

Παρά το σφάλμα του ενυπάρχει στα συνήθη μέτρα κινδύνου, πρέπει να είναι σαφές ότι η απόκτηση αξιόπιστων εκτιμήσεων για τις αναμενόμενες αποδόσεις είναι ακόμα πιο σημαντική στις περισσότερες εφαρμογές κατανομής των περιουσιακών στοιχείων. Ως εκ τούτου, στο υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου θα επικεντρωθούμε κυρίως σε αυτή την εργασία.[6]

Εκτίμηση James-Stein

Με δεδομένο ένα δείγμα ιστορικών αποδόσεων, υπάρχει κάποια καλύτερη εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης από τον δειγματικό μέσο; Εάν εστιάσουμε στην εκτίμηση της αναμενόμενης απόδοσης μίας μόνο κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων και δεν έχουμε μία *εκ των προτέρων* γνώση της πραγματικής της αξίας, η απάντηση είναι ότι καμία εκτίμηση που βασίζεται αποκλειστικά σε δεδομένα δεν είναι πιο αξιόπιστη από τον δειγματικό μέσο για *όλες* τις πιθανές τιμές του (άγνωστου) πραγματικού μέσου. Ωστόσο, εάν επιθυμούμε να εκτιμήσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις τριών ή περισσότερων κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων, αποδεικνύεται ότι μπορούμε να επιτύχουμε καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τη χρήση των μεμονωμένων δειγματικών μέσων. Αυτό το κάπως απροσδόκητο αποτέλεσμα ονομάζεται *παράδοξο του Stein*.[7]

Οι εκτιμητές Stein βασίζονται στην ιδέα της «συρρίκνωσης» των μεμονωμένων δειγματικών μέσων σε μια κοινή τιμή που αναφέρεται ως *γενικός μέσος* (grand mean). Γιατί μπορεί αυτό να βελτιώσει τις εκτιμήσεις μας; Έστω ότι έχουμε υπολογίσει τη μέση δειγματική απόδοση για N κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων. Κάποιες από αυτές πιθανότατα θα υπερεκτιμούν τις αντίστοιχες (άγνωστες) πραγματικές τους τιμές και κάποιες άλλες θα υποεκτιμούν τις αντίστοιχες πραγματικές αναμενόμενες αποδόσεις. Δεν γνωρίζουμε με βεβαιότητα ποιες αποδόσεις είναι υπερεκτιμημένες και ποιες υποεκτιμημένες. Ωστόσο, οι υψηλότερες εκτιμήσεις είναι πιθανότερο