

Περιεχόμενα

Πρόλογος	13
1 Λογική σκέψη	19
1.1 Τυπική λογική	20
1.1.1 Ερωτήματα διερεύνησης	21
1.1.2 Σύνδεσμοι και προτάσεις	21
1.1.3 Πίνακες αλήθειας	23
1.1.4 Δραστηριότητες	25
1.1.5 Λογικές ισοδυναμίες	26
Ασκήσεις 1.1	30
1.2 Προτασιακή λογική	36
1.2.1 Ταυτολογίες και αντιφάσεις	36
1.2.2 Κανόνες παραγωγής	39
1.2.3 Αποδεικτικές ακολουθίες	41
1.2.4 Αμφίπλευρη προσέγγιση	43
Ασκήσεις 1.2	45
1.3 Κατηγορηματική λογική	50
1.3.1 Κατηγορήματα	51
1.3.2 Ποσοδείκτες	52
1.3.3 Μετάφραση	53
1.3.4 Άρνηση	55
1.3.5 Δύο κοινές κατασκευές	59
Ασκήσεις 1.3	59
1.4 Η λογική στα μαθηματικά	66
1.4.1 Ο ρόλος των ορισμών στα μαθηματικά	66
1.4.2 Άλλα είδη μαθηματικών προτάσεων	69
1.4.3 Αντιπαραδείγματα	70
1.4.4 Αξιωματικά συστήματα	71
Ασκήσεις 1.4	76
1.5 Αποδεικτικές μέθοδοι	81
1.5.1 Ευθείες αποδείξεις	82
1.5.2 Αποδείξεις με αντιθετοαντιστροφή	85
1.5.3 Απόδειξη με απαγωγή σε άτοπο	87
Ασκήσεις 1.5	89

2	Σχεσιακή σκέψη	93
2.1	Γραφήματα	94
2.1.1	Ακμές και κορυφές	94
2.1.2	Ορολογία	96
2.1.3	Αναπαράσταση συσχετίσεων μέσω γραφημάτων	98
	Ασκήσεις 2.1	105
2.2	Σύνολα	111
2.2.1	Ανήκειν και περιέχεσθαι	112
2.2.2	Νέα σύνολα από παλαιά	114
2.2.3	Ταυτότητες	118
	Ασκήσεις 2.2	120
2.3	Συναρτήσεις	125
2.3.1	Ορισμός και παραδείγματα	126
2.3.2	Συναρτήσεις ένα-προς-ένα και επί	130
2.3.3	Νέες συναρτήσεις από παλαιές	135
	Ασκήσεις 2.3	137
2.4	Σχέσεις και ισοδυναμίες	141
2.4.1	Ορισμός και παραδείγματα	142
2.4.2	Γραφήματα σχέσεων	143
2.4.3	Σχέσεις έναντι συναρτήσεων	144
2.4.4	Σχέσεις ισοδυναμίας	146
2.4.5	Αριθμητική υπολοίπου	150
	Ασκήσεις 2.4	153
2.5	Μερικές διατάξεις	158
2.5.1	Ορισμός και παραδείγματα	159
2.5.2	Διαγράμματα Hasse	161
2.5.3	Τοπολογική ταξινόμηση	162
2.5.4	Ισομορφισμοί	165
2.5.5	Άλγεβρες Boole \ddagger	169
	Ασκήσεις 2.5	170
2.6	Θεωρία γραφημάτων	175
2.6.1	Γραφήματα: τυπικοί ορισμοί	176
2.6.2	Ισομορφισμοί γραφημάτων	177
2.6.3	Καταμέτρηση των βαθμών	179
2.6.4	Ίχνη και κυκλώματα Euler	180
2.6.5	Μονοπάτια και κύκλοι Hamilton	182
2.6.6	Δένδρα	184
	Ασκήσεις 2.6	188
3	Αναδρομική σκέψη	193
3.1	Αναδρομικές σχέσεις	194
3.1.1	Ορισμός και παραδείγματα	195

3.1.2	Η ακολουθία Fibonacci	197
3.1.3	Αναπαράσταση με αναδρομικές σχέσεις	198
3.1	Ασκήσεις 3.1	202
3.2	Λύσεις κλειστής μορφής και επαγωγή	207
3.2.1	Πώς μαντεύουμε μια λύση κλειστής μορφής	208
3.2.2	Πολυωνυμικές ακολουθίες: Χρήση διαφορών ∇	209
3.2.3	Επαγωγική επιβεβαίωση μιας λύσης	211
3.2	Ασκήσεις 3.2	216
3.3	Αναδρομικοί ορισμοί	220
3.3.1	Ορισμός και παραδείγματα	221
3.3.2	Σύνταξη αναδρομικών ορισμών	224
3.3.3	Αναδρομική γεωμετρία	227
3.3.4	Αναδρομικά λογοπαίγνια	230
3.3	Ασκήσεις 3.3	230
3.4	Επαγωγική απόδειξη	236
3.4.1	Η αρχή της επαγωγής	237
3.4.2	Παραδείγματα	237
3.4.3	Ισχυρή επαγωγή	243
3.4.4	Δομική επαγωγή	246
3.4	Ασκήσεις 3.4	249
3.5	Αναδρομικές δομές δεδομένων	253
3.5.1	Λίστες	253
3.5.2	Αποδοτικότητα	258
3.5.3	Επανεξέταση των δένδρων δυαδικής αναζήτησης	259
3.5	Ασκήσεις 3.5	262
4	Ποσοτική σκέψη	267
4.1	Βασικές τεχνικές αρίθμησης	268
4.1.1	Πρόσθεση	268
4.1.2	Πολλαπλασιασμός	270
4.1.3	Συνδυασμός πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού	274
4.1	Ασκήσεις 4.1	276
4.2	Επιλογές και διατάξεις	281
4.2.1	Μεταθέσεις: Η αρχή της διάταξης	281
4.2.2	Συνδυασμοί: Η αρχή της επιλογής	284
4.2.3	Το διωνυμικό θεώρημα ∇	288
4.2	Ασκήσεις 4.2	291
4.3	Αρίθμηση με συναρτήσεις	296
4.3.1	Ένα-προς-ένα ή/και επί αντιστοιχίες	297
4.3.2	Η αρχή του περιστερώνα	302
4.3.3	Η γενικευμένη αρχή του περιστερώνα	303
4.3.4	Θεώρημα Ramsey ∇	304
4.3	Ασκήσεις 4.3	305

4.4 Διακριτή πιθανότητα	311
4.4.1 Ορισμός και παραδείγματα	312
4.4.2 Εφαρμογές	314
4.4.3 Αναμενόμενη τιμή	318
4.4.4 Πιθανότητα υπό συνθήκη	320
Ασκήσεις 4.4	323
4.5 Αρίθμηση στοιχειωδών πράξεων σε αλγόριθμους	328
4.5.1 Αλγόριθμοι	329
4.5.2 Ψευδοκώδικας	329
4.5.3 Αλληλουχίες πράξεων	331
4.5.4 Βρόχοι	331
4.5.5 Πίνακες	335
4.5.6 Ταξινόμηση	337
Ασκήσεις 4.5	339
4.6 Εκτίμηση	345
4.6.1 Ρυθμός αύξησης των συναρτήσεων	346
4.6.2 Στόχοι εκτίμησης	352
4.6.3 Ιδιότητες του Θ-συμβολισμού	353
Ασκήσεις 4.6	355
5 Αναλυτική σκέψη	361
5.1 Αλγόριθμοι	362
5.1.1 Περισσότερος ψευδοκώδικας	362
5.1.2 Προσυνθήκες και μετασυνθήκες	365
5.1.3 Επαναληπτικοί αλγόριθμοι	366
5.1.4 Συναρτήσεις και αναδρομικοί αλγόριθμοι	369
Ασκήσεις 5.1	374
5.2 Τρεις κοινός τύποι αλγόριθμων	378
5.2.1 Αλγόριθμοι διάνυσης	379
5.2.2 Άπληστοι αλγόριθμοι	384
5.2.3 Αλγόριθμοι διαίρει-και-βασίλευε	388
Ασκήσεις 5.2	393
5.3 Πολυπλοκότητα αλγόριθμων	398
5.3.1 Ο καλός, ο κακός και ο μέσος	400
5.3.2 Προσεγγιστικοί υπολογισμοί πολυπλοκότητας	405
Ασκήσεις 5.3	409
5.4 Φράγματα στην πολυπλοκότητα	415
5.4.1 Αλγόριθμοι ως αποφάσεις	416
5.4.2 Ένα κάτω φράγμα	420
5.4.3 Αναζήτηση σε πίνακα	423
5.4.4 Ταξινόμηση	423
5.4.5 P έναντι NP	424
Ασκήσεις 5.4	425

5.5	Επαλήθευση προγράμματος	430
5.5.1	Επαλήθευση έναντι δοκιμής	431
5.5.2	Επαλήθευση αναδρομικών αλγόριθμων	431
5.5.3	Αναζήτηση και ταξινόμηση	434
5.5.4	Οι Πύργοι του Ανόι	437
	Ασκήσεις 5.5	439
5.6	Αναλλοίωτες συνθήκες βρόχων	443
5.6.1	Επαλήθευση επαναληπτικών αλγόριθμων	444
5.6.2	Αναζήτηση και ταξινόμηση	449
5.6.3	Χρήση αναλλοίωτων συνθηκών για σχεδίαση αλγόριθμων	453
	Ασκήσεις 5.6	455
6	Μελέτη εφαρμογών	461
6.1	Μοτίβα στο DNA	462
6.1.1	Μεταλλάξεις και φυλογενετική απόσταση	463
6.1.2	Φυλογενετικά δένδρα	464
6.1.3	UPGMA	466
	Ασκήσεις 6.1	470
6.2	Κοινωνικά δίκτυα	472
6.2.1	Ορισμός και ορολογία	472
6.2.2	Έννοιες ισοδυναμίας	475
6.2.3	Ιεραρχική συσταδοποίηση	479
6.2.4	Προσημασμένα γραφήματα και ισορροπία	483
	Ασκήσεις 6.2	485
6.3	Η δομή των γλωσσών	488
6.3.1	Ορολογία	489
6.3.2	Μηχανές πεπερασμένων καταστάσεων	490
6.3.3	Αναδρομή	494
6.3.4	Περαιτέρω ζητήματα στη γλωσσολογία	497
	Ασκήσεις 6.3	499
6.4	Μοντέλα πληθυσμών διακριτού χρόνου	501
6.4.1	Αναδρομικά μοντέλα για τη μεταβολή του πληθυσμού	502
6.4.2	Σταθερά σημεία, ισορροπία και χάος	504
6.4.3	Συστήματα θηρευτή-θηράματος	506
6.4.4	Το μοντέλο SIR	509
	Ασκήσεις 6.4	511
6.5	Δωδεκαφθογγισμός	514
6.5.1	Σύνθεση δωδεκαφθογγισμού	515
6.5.2	Εμφάνιση όλων των μεταθέσεων	516
6.5.3	Μετασχηματισμοί τονικών σειρών	517
6.5.4	Κλάσεις ισοδυναμίας και συμμετρία	518
	Ασκήσεις 6.5	521

Υποδείξεις, απαντήσεις και λύσεις σε επιλεγμένες ασκήσεις	525
1.1 Τυπική λογική	525
1.2 Προτασιακή λογική	528
1.3 Κατηγορηματική λογική	530
1.4 Η λογική στα μαθηματικά	531
1.5 Αποδεικτικές μέθοδοι	532
2.1 Γραφήματα	535
2.2 Σύνολα	536
2.3 Συναρτήσεις	538
2.4 Σχέσεις και ισοδυναμίες	540
2.5 Μερικές διατάξεις	542
2.6 Θεωρία γραφημάτων	544
3.1 Αναδρομικές σχέσεις	546
3.2 Λύσεις κλειστής μορφής και επαγωγή	547
3.3 Αναδρομικοί ορισμοί	549
3.4 Επαγωγική απόδειξη	551
3.5 Αναδρομικές δομές δεδομένων	553
4.1 Βασικές τεχνικές αρίθμησης	554
4.2 Επιλογές και διατάξεις	556
4.3 Αρίθμηση με συναρτήσεις	557
4.4 Διακριτή πιθανότητα	558
4.5 Αρίθμηση στοιχειωδών πράξεων σε αλγόριθμους	559
4.6 Εκτίμηση	561
5.1 Αλγόριθμοι	562
5.2 Τρεις κοινί τύποι αλγόριθμων	563
5.3 Πολυπλοκότητα αλγόριθμων	565
5.4 Φράγματα στην πολυπλοκότητα	566
5.5 Επαλήθευση προγράμματος	567
5.6 Αναλλοίωτες συνθήκες βρόχων	569
Επιλεγμένη βιβλιογραφία	573
Ευρετήριο συμβόλων	575
Ευρετήριο όρων	577