

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Λίγα λόγια για τους συγγραφείς	15
Πρόλογος	17

I ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Βασικές έννοιες της λογικής και της θεωρίας συνόλων	25
--	----

1.1 Βασικά στοιχεία της θεωρίας συνόλων	25
1.2 Βασικές έννοιες της λογικής	32
1.3 Μαθηματικές αποδείξεις	38
1.4 Μαθηματική επαγωγή	40
Επαναληπτικές ασκήσεις	42

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Άλγεβρα	45
----------------------------	----

2.1 Οι πραγματικοί αριθμοί	45
2.2 Δυνάμεις ακέραιων αριθμών	48
2.3 Κανόνες της άλγεβρας	55
2.4 Κλάσματα	60
2.5 Δυνάμεις κλασμάτων	65
2.6 Ανισότητες	70
2.7 Διαστήματα και απόλυτες τιμές	74
2.8 Διαγράμματα αλγεβρικών προσήμων	78
2.9 Συμβολισμός αθροίσματος	81
2.10 Κανόνες για τα αθροίσματα	84
2.11 Ο διωνυμικός τύπος του Newton	88
2.12 Διπλά αθροίσματα	91
Επαναληπτικές ασκήσεις	93

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Επίλυση εξισώσεων	97
--------------------------------------	----

3.1 Επίλυση εξισώσεων	97
3.2 Οι εξισώσεις και οι παράμετροί τους	100
3.3 Τετραγωνικές εξισώσεις	103
3.4 Ενδεικτικές μη γραμμικές εξισώσεις	109
3.5 Χρήση βελών συνεπαγωγής	111

3.6	Δύο γραμμικές εξισώσεις με δύο αγνώστους	112
	Επαναληπτικές ασκήσεις	116
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Συναρτήσεις μίας μεταβλητής		119
4.1	Εισαγωγή	119
4.2	Ορισμοί	120
4.3	Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων	126
4.4	Γραμμικές συναρτήσεις	130
4.5	Γραμμικά μοντέλα	136
4.6	Τετραγωνικές συναρτήσεις	140
4.7	Πολυώνυμα	147
4.8	Συναρτήσεις δύναμης	155
4.9	Εκθετικές συναρτήσεις	156
4.10	Λογαριθμικές συναρτήσεις	161
	Επαναληπτικές ασκήσεις	167
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Ιδιότητες συναρτήσεων		171
5.1	Μετατόπιση γραφικών παραστάσεων	171
5.2	Νέες συναρτήσεις από ήδη γνωστές	176
5.3	Αντίστροφες συναρτήσεις	180
5.4	Γραφικές παραστάσεις εξισώσεων	186
5.5	Απόσταση στο επίπεδο	190
5.6	Γενικές συναρτήσεις	194
	Επαναληπτικές ασκήσεις	197
II ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ		
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Παραγωγή		201
6.1	Κλίσεις καμπυλών	201
6.2	Εφαπτόμενες και παράγωγοι	203
6.3	Αύξουσες και φθίνουσες συναρτήσεις	209
6.4	Εφαρμογές στα οικονομικά	212
6.5	Μια σύντομη εισαγωγή στα όρια	215
6.6	Απλοί κανόνες παραγωγίσης	221
6.7	Αθροίσματα, γινόμενα και πηλίκα	225
6.8	Ο κανόνας της αλυσίδας	232
6.9	Παράγωγοι υψηλότερης τάξης	238
6.10	Εκθετικές συναρτήσεις	240
6.11	Λογαριθμικές συναρτήσεις	244
	Επαναληπτικές ασκήσεις	250
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: Οι παράγωγοι στην πράξη		253
7.1	Πεπλεγμένη παραγωγή	253
7.2	Παραδείγματα από τα οικονομικά	260

7.3	Το θεώρημα της αντίστροφης συνάρτησης	265
7.4	Γραμμικές προσεγγίσεις	268
7.5	Προσεγγίσεις με πολυώνυμα	273
7.6	Ο τύπος του Taylor	276
7.7	Ελαστικότητα	279
7.8	Συνέχεια	284
7.9	Περισσότερα σχετικά με τα όρια	290
7.10	Το θεώρημα της ενδιάμεσης τιμής	299
7.11	Άπειρες ακολουθίες	303
7.12	Κανόνας l'Hôpital	307
	Επαναληπτικές ασκήσεις	312
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Κοίλες και κυρτές συναρτήσεις		317
8.1	Διαίσθηση	317
8.2	Ορισμοί	318
8.3	Γενικές ιδιότητες	327
8.4	Κριτήριο πρώτης παραγώγου	331
8.5	Κριτήρια δεύτερης παραγώγου	334
8.6	Σημεία καμπής	338
	Επαναληπτικές ασκήσεις	341
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: Βελτιστοποίηση		343
9.1	Ακρότατα	343
9.2	Απλά κριτήρια για ακρότατα σημεία	346
9.3	Παραδείγματα σε οικονομικά προβλήματα	350
9.4	Τα θεωρήματα της ακρότατης και της μέσης τιμής	356
9.5	Περισσότερα παραδείγματα από τα οικονομικά	362
9.6	Τοπικά ακρότατα	367
	Επαναληπτικές ασκήσεις	374
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: Ολοκληρώματα		377
10.1	Αόριστα ολοκληρώματα	377
10.2	Εμβαδόν και ορισμένα ολοκληρώματα	384
10.3	Ιδιότητες των ορισμένων ολοκληρωμάτων	390
10.4	Εφαρμογές στα οικονομικά	395
10.5	Ολοκλήρωση κατά μέλη	402
10.6	Ολοκλήρωση με αντικατάσταση	406
10.7	Γενικευμένα ολοκληρώματα	411
	Επαναληπτικές ασκήσεις	418
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: Θέματα χρηματοοικονομικής και δυναμικής οικονομικής ανάλυσης		421
11.1	Περίοδοι επιτοκίων και πραγματικά επιτόκια	421
11.2	Συνεχής ανατοκισμός	425
11.3	Παρούσα αξία	427

11.4	Γεωμετρικές σειρές	430
11.5	Συνολική παρούσα αξία	436
11.6	Αποπληρωμή ενυπόθηκων δανείων	441
11.7	Εσωτερικός ρυθμός απόδοσης μιας επένδυσης	445
11.8	Μια ματιά στις εξισώσεις διαφορών	447
11.9	Βασικά στοιχεία των διαφορικών εξισώσεων	450
11.10	Διαχωρίσιμες και γραμμικές διαφορικές εξισώσεις Επαναληπτικές ασκήσεις	457 463

III ΑΛΓΕΒΡΑ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: Άλγεβρα πινάκων	469	
12.1	Πίνακες και διανύσματα	469
12.2	Συστήματα γραμμικών εξισώσεων	472
12.3	Πρόσθεση πινάκων	475
12.4	Άλγεβρα διανυσμάτων	477
12.5	Πολλαπλασιασμός πινάκων	480
12.6	Κανόνες πολλαπλασιασμού πινάκων	485
12.7	Ο ανάστροφος	492
12.8	Απαλοιφή Gauss	495
12.9	Γεωμετρική ερμηνεία διανυσμάτων	501
12.10	Γραμμές και επίπεδα Επαναληπτικές ασκήσεις	510 514

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: Ορίζουσες, αντίστροφοι και τετραγωνικές μορφές	517	
13.1	Ορίζουσες δεύτερης τάξης	517
13.2	Ορίζουσες τρίτης τάξης	521
13.3	Ορίζουσες γενικής μορφής	526
13.4	Βασικές ιδιότητες οριζουσών	530
13.5	Ανάπτυξη με αλγεβρικά συμπληρώματα (συμπαράγοντες)	536
13.6	Αντίστροφος πίνακα	539
13.7	Γενικός τύπος για τον αντίστροφο	546
13.8	Ο κανόνας του Cramer	550
13.9	Το μοντέλο Leontief	553
13.10	Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα	558
13.11	Διαγωνιοποίηση	565
13.12	Τετραγωνικές μορφές Επαναληπτικές ασκήσεις	569 578

IV ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14: Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	583	
14.1	Συναρτήσεις δύο μεταβλητών	583
14.2	Μερικές παράγωγοι με δύο μεταβλητές	587

14.3	Γεωμετρική αναπαράσταση	593
14.4	Επιφάνειες και απόσταση	600
14.5	Συναρτήσεις n μεταβλητών	603
14.6	Μερικές παράγωγοι με πολλές μεταβλητές	608
14.7	Κυρτά σύνολα	612
14.8	Κοίλες και κυρτές συναρτήσεις	617
14.9	Εφαρμογές στην οικονομική ανάλυση	628
14.10	Μερικές ελαστικότητες	630
	Επαναληπτικές ασκήσεις	632
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15: Εφαρμογές των μερικών παραγώγων		635
15.1	Ένας απλός κανόνας της αλυσίδας	635
15.2	Κανόνας της αλυσίδας για πολλές μεταβλητές	641
15.3	Πεπλεγμένη παραγωγή κατά μήκος μιας ισοϋψούς καμπύλης	645
15.4	Ισοϋψείς επιφάνειες	650
15.5	Ελαστικότητα υποκατάστασης	654
15.6	Ομογενείς συναρτήσεις δύο μεταβλητών	656
15.7	Ομογενείς και ομοθετικές συναρτήσεις	661
15.8	Γραμμικές προσεγγίσεις	667
15.9	Διαφορικά	676
15.10	Συστήματα εξισώσεων	681
15.11	Παραγωγή συστημάτων εξισώσεων	685
	Επαναληπτικές ασκήσεις	691
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16: Πολλαπλά ολοκληρώματα		695
16.1	Διπλά ολοκληρώματα σε πεπερασμένα ορθογώνια	695
16.2	Άπειρα ορθογώνια ολοκλήρωσης	702
16.3	Μη συνεχείς προς ολοκλήρωση συναρτήσεις και άλλες γενικεύσεις	704
16.4	Ολοκλήρωση σε πολλές μεταβλητές	706
V ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΟΛΛΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ		
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς		711
17.1	Συναρτήσεις δύο μεταβλητών: Αναγκαίες συνθήκες	712
17.2	Συναρτήσεις δύο μεταβλητών: Ικανές συνθήκες	716
17.3	Τοπικά ακρότατα	721
17.4	Γραμμικά μοντέλα με τετραγωνικούς στόχους	727
17.5	Το θεώρημα της ακρότατης τιμής	734
17.6	Συναρτήσεις περισσότερων μεταβλητών	739
17.7	Συγκριτική στατική και το θεώρημα του περιβλήματος	744
	Επαναληπτικές ασκήσεις	750
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18: Εξισωτικοί περιορισμοί		753
18.1	Η μέθοδος του πολλαπλασιαστή Lagrange	753

18.2	Ερμηνεία του πολλαπλασιαστή Lagrange	761
18.3	Πολλαπλές υποψήφιες λύσεις	764
18.4	Γιατί είναι αποτελεσματική η μέθοδος Lagrange;	766
18.5	Ικανές συνθήκες	771
18.6	Πρόσθετες μεταβλητές και περιορισμοί	775
18.7	Συγκριτική στατική	781
	Επαναληπτικές ασκήσεις	787
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19: Γραμμικός προγραμματισμός		791
19.1	Η γραφική προσέγγιση	792
19.2	Εισαγωγή στη δυική θεωρία	798
19.3	Το θεώρημα του δυισμού	802
19.4	Μια γενική οικονομική ερμηνεία	807
19.5	Συμπληρωματική χαλαρότητα	809
	Επαναληπτικές ασκήσεις	815
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20: Μη γραμμικός προγραμματισμός		817
20.1	Δύο μεταβλητές και ένας περιορισμός	817
20.2	Πολλές μεταβλητές και ανισοτικοί περιορισμοί	824
20.3	Περιορισμοί μη αρνητικότητας	831
	Επαναληπτικές ασκήσεις	836
Παράρτημα		839
	Γεωμετρία	839
	Βιβλιογραφία	842
Λύσεις των ασκήσεων		843
	Πηγές	965
	Ευρετήριο	967