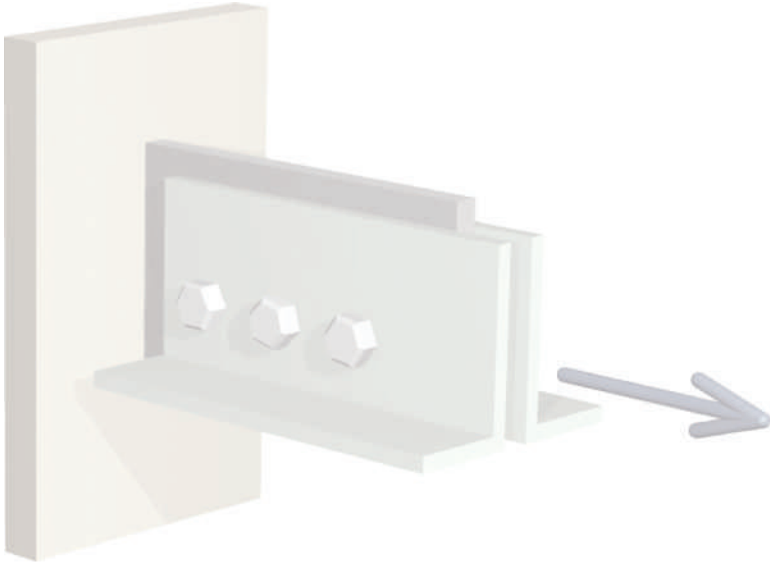
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Τάση



1.1 Εισαγωγή

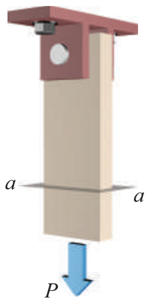
Τα τρία θεμελιώδη πεδία της τεχνικής μηχανικής είναι η στατική, η δυναμική και η μηχανική των υλικών. Η στατική και η δυναμική ασχολούνται κατά κύριο λόγο με τη μελέτη *εξωτερικών* δυνάμεων και κινήσεων που σχετίζονται με σωματίδια και στερεά σώματα (δηλαδή, ιδεατά σώματα στα οποία μπορεί να αγνοηθεί οποιαδήποτε μεταβολή στο μέγεθος ή το σχήμα λόγω των δυνάμεων). Η μηχανική των υλικών ασχολείται με τη μελέτη των *εσωτερικών* επιδράσεων που προκαλούν εξωτερικά φορτία τα οποία ασκούνται σε παραμορφώσιμα σώματα (δηλαδή σώματα που μπορούν να επιμηκυνθούν, να καμφθούν ή να περιστραφούν). Γιατί είναι σημαντική η μελέτη των εσωτερικών δυνάμεων που αναπτύσσονται σε ένα σώμα; Ο λόγος είναι ότι οι μηχανικοί καλούνται να σχεδιάσουν και να παράξουν μια ποικιλία κατασκευών - όπως αυτοκίνητα, αεροπλάνα, πλοία, αγωγοί, γέφυρες, κτίρια, σήραγγες, τοίχοι συγκράτησης, κινητήρες και διάφορες άλλες μηχανολογικές κατασκευές - οι οποίες υπόκεινται σε εσωτερικές δυνάμεις, καμπτικές ροπές και ροπές στρέψης που επηρεάζουν τις ιδιότητες και τη λειτουργία τους. Ανεξαρτήτως της εφαρμογής, ένας ασφαλής και επιτυχημένος σχεδιασμός πρέπει να απαντά στα ακόλουθα τρία βασικά ερωτήματα που σχετίζονται με μηχανική:

1. **Αντοχή**: Έχει το σώμα αρκετή αντοχή ώστε να παραλάβει τα φορτία που θα ασκηθούν σε αυτό; Θα υποστεί θραύση; Θα συνεχίσει να λειτουργεί κατάλληλα υπό την επίδραση επαναλαμβανόμενων φορτίων;
2. **Δυσκαμψία:** Θα παραμορφωθεί το σώμα σε τέτοιο βαθμό ώστε να μην μπορεί να εκτελέσει την προβλεπόμενη λειτουργία του;
3. **Σταθερότητα:** Θα λυγίσει το σώμα εκτός αρχικού σχήματος σε κάποιο υψηλό φορτίο, ώστε να μην είναι πλέον σε θέση να συνεχίσει να εκτελεί την προβλεπόμενη λειτουργία του;

Η αντιμετώπιση αυτών των ερωτημάτων απαιτεί την αξιολόγηση τόσο του μεγέθους των εσωτερικά αναπτυσσόμενων δυνάμεων όσο και των αναπτυσσόμενων παραμορφώσεων στο σώμα, καθώς και την κατανόηση των μηχανικών χαρακτηριστικών του ίδιου του υλικού που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του δομικού ή μηχανολογικού στοιχείου.

Η μηχανική των υλικών αποτελεί ένα βασικό πεδίο σε πολλούς τομείς των μηχανικών. Το παρόν μάθημα επικεντρώνεται σε διάφορα είδη δομικών στοιχείων: όπως είναι οι ράβδοι που υπόκεινται σε αξονικά φορτία, οι άξονες σε στρέψη, οι δοκοί σε κάμψη και τα υποστυλώματα σε θλίψη. Ένα πλήθος σχέσεων και κανόνων για τον σχεδιασμό που απαντώνται στους μηχανολογικούς κώδικες και τις προδιαγραφές σχετικά με την κατασκευή μηχανολογικών και δομικών στοιχείων, βασίζονται στις αρχές της μηχανικής των υλικών. Με μια ισχυρή θεμελίωση των εννοιών της μηχανικής των υλικών και με την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων, ο φοιτητής έχει τα κατάλληλα εφόδια ώστε να προχωρήσει σε πιο προχωρημένα μαθήματα μηχανολογικού σχεδιασμού.

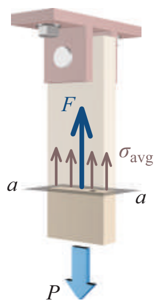
1.2 Ορθή Τάση Υπό Αξονικό φορτίο



ΣΧΗΜΑ 1.1α Ράβδος με αξονικό φορτίο *P*.

Σε κάθε θεματική ενότητα, υπάρχουν ορισμένες θεμελιώδεις έννοιες που κατέχουν πρωταρχική σημασία προκειμένου η κατανόηση του αντικειμένου του θέματος να είναι ικανοποιητική. Στη μηχανική των υλικών, μια τέτοια έννοια είναι αυτή της **τάσης**. Με τους απλούστερους ποιοτικούς όρους, *η τάση είναι η ένταση της εσωτερικής δύναμης*. Η δύναμη είναι ένα διανυσματικό μέγεθος και, ως ένα διάνυσμα, έχει και μέτρο και κατεύθυνση. Η ένταση υποδηλώνει μια περιοχή στην οποία κατανέμεται η δύναμη. Ως εκ τούτου, η τάση μπορεί να οριστεί ως

$$\text{Τάση} = \frac{\text{Δύναμη}}{\text{Εμβαδόν Περιοχής}} \tag{1.1}$$



ΣΧΗΜΑ 1.1β Μέση τάση.

Για την εισαγωγή της έννοιας της **ορθής τάσης**, θεωρούμε μια ορθογώνια ράβδο που δέχεται την επίδραση μιας αξονικής δύναμης (**Σχήμα 1.1α**). Μια **αξονική δύναμη** είναι ένα φορτίο με κατεύθυνση κατά μήκος του διαμήκους άξονα του στοιχείου. Οι αξονικές δυνάμεις που τείνουν να επιμηκύνουν ένα στοιχείο ονομάζονται **εφελκυστικές δυνάμεις** και οι δυνάμεις που τείνουν να μειώσουν το μήκος ενός στοιχείου αποκαλούνται **θλιπτικές δυνάμεις**. Η αξονική δύναμη *P* στο Σχήμα 1.1*α* είναι εφελκυστική. Για την μελέτη των εσωτερικών επιδράσεων, θεωρούμε μία ιδεατή τομή στη ράβδο με τη χρήση ενός εγκάρσιου στον κύριο άξονα της ράβδου επιπέδου, όπως το επίπεδο *a-a* του Σχήματος 1.1*α*, προκειμένου να μελετηθεί από πλευράς ισορροπίας το κάτω μισό της ράβδου (**Σχήμα 1.1β**). Δεδομένου ότι αυτό το επίπεδο που λαμβάνεται η ιδεατή τομή είναι κάθετο στο διαμήκη άξονα της ράβδου, η εκτεθειμένη επιφάνεια ονομάζεται **διατομή**.

> Η τεχνική κατά την οποία λαμβάνουμε μία ιδεατή τομή ενός αντικειμένου προκειμένου να αποκαλυφθούν οι εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται σε μια επίπεδη επιφάνεια αναφέρεται συχνά ως **μέθοδος των τομών**. Το επίπεδο στο οποίο λαμβάνεται η ιδεατή τομή ονομάζεται **επίπεδο τομής**. Για την μελέτη των εσωτερικών δυνάμεων, κάποιος θα μπορούσε απλώς να πει κάτι ανάλογο με το «τμήστε τη δοκό ή τη ράβδο σε απόσταση… » υπονοώντας να γίνει χρήση της μεθόδου των τομών. Αυτή η τεχνική θα χρησιμοποιηθεί στο σύνολο της μελέτης της μηχανικής των υλικών, για τη διερεύνηση των εσωτερικών επιδράσεων που οφείλονται σε εξωτερικές δυνάμεις οι οποίες ασκούνται σε ένα στερεό σώμα.

Η ισορροπία του κάτω τμήματος της ράβδου επιτυγχάνεται με την ανάπτυξη μίας κατανομής των εσωτερικών δυνάμεων στην εκτιθέμενη διατομή. Η αναπτυσσόμενη κατανομή αντιστοιχεί σε συνισταμένη εσωτερική δύναμη *F* η οποία είναι κάθετη στην εκτιθέμενη επιφάνεια, έχει ίδιο μέτρο με την *P* και είναι συγγραμική με την *P*. Η ένταση της εσωτερικής συνισταμένης δύναμης *F* που ασκείται στο υλικό αναφέρεται ως τάση.

Σε αυτήν την περίπτωση, η τάση ασκείται σε μια επιφάνεια η οποία είναι *κάθετη* στον φορέα της εσωτερικής δύναμης *F*. Μία τάση αυτού του είδους ονομάζεται **ορθή τάση** και δηλώνεται με το ελληνικό γράμμα *σ*. Για τον προσδιορισμό του μέτρου της ορθής τάσης στη ράβδο, η μέση ένταση της εσωτερικής δύναμης στη διατομή μπορεί να υπολογισθεί ως

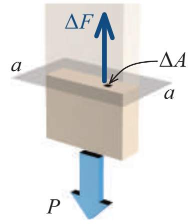
$$\sigma_{avg} = \frac{F}{A} \tag{1.2}$$

όπου το A είναι το εμβαδόν της διατομής της ράβδου.

Η σύμβαση για το πρόσημο για τις ορθές τάσεις ορίζεται ως εξής:

- Θετικό πρόσημο υποδεικνύει μία *ορθή εφελκυστική τάση* και
- Αρνητικό πρόσημο δηλώνει μία *ορθή θλιπτική τάση*.

Θεωρήστε τώρα μια μικρή περιοχή εμβαδού ΔA στην εκτεθειμένη διατομή της ράβδου, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 1.1γ**, και έστω ότι το ΔF αναπαριστά την συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων που μεταφέρονται σε αυτή τη μικρή περιοχή. Τότε, η μέση ένταση της εσωτερικής δύναμης που μεταφέρεται στην περιοχή ΔA βρίσκεται με διαίρεση του ΔF δια το εμβαδόν ΔA. Εάν οι εσωτερικές δυνάμεις που μεταφέρονται στην τομή θεωρηθούν ότι έχουν ομοιόμορφη κατανομή, τότε η περιοχή ΔA μπορεί να γίνεται ολοένα και μικρότερη, έως ότου οριακά, η εκτεθειμένη επιφάνεια προσεγγίσει ένα σημείο. Η αντίστοιχη δύναμη ΔF γίνεται επίσης διαρκώς μικρότερη. Η τάση στο σημείο της διατομής στο οποίο συγκλίνει το ΔA ορίζεται ως



ΣΧΗΜΑ 1.1γ Τάση σε ένα σημείο.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \tag{1.3}$$

Εάν η κατανομή της τάσης πρέπει να είναι ομοιόμορφη, όπως στην Εξίσωση (1.2), τότε η συνισταμένη δύναμη πρέπει να δρα μέσω του κεντροειδούς του εμβαδού της διατομής. Για μεγάλου μήκους, λεπτά στοιχεία με αξονικό φορτίο όπως αυτά που απαντώνται σε ράβδους και σε παρόμοια στοιχεία, θεωρείται συνήθως ότι η ορθή τάση έχει ομογενή κατανομή, εκτός από τα σημεία στα οποία ασκείται το εξωτερικό φορτίο. Η κατανομή της τάσης σε στοιχεία με αξονικό φορτίο δεν είναι ομοιόμορφη κοντά σε οπές, εγκοπές ή άλλου είδους ιδιομορφίες. Αυτές οι καταστάσεις θα συζητηθούν σε επόμενες ενότητες που αφορούν την συγκέντρωση τάσεων. *Στο παρόν σύγγραμμα, γίνεται κατανοητό ότι οι αξονικές δυνάμεις ασκούνται στα κεντροειδή των διατομών, εκτός αν αναφέρεται ρητά κάτι διαφορετικό.*

Μονάδες Τάσης

Δεδομένου ότι η ορθή τάση υπολογίζεται διαιρώντας την εσωτερική δύναμη με το εμβαδόν της αντίστοιχης διατομής, η τάση έχει διαστάσεις δύναμης ανά μονάδα επιφάνειας. Όταν χρησιμοποιούνται οι καθιερωμένες μονάδες των ΗΠΑ, η τάση εκφράζεται συνήθως σε λίβρες ανά τετραγωνική ίντσα (psi) ή kips ανά τετραγωνική ίντσα (ksi) όπου 1 kip = 1.000 lb. Όταν χρησιμοποιείται το Διεθνές Σύστημα Μονάδων, με το διεθνώς γνωστό ακρωνύμιο SI (από το Γαλλικό *Système International d'Unités*), η τάση εκφράζεται σε pascals (Pa) και υπολογίζεται ως δύναμη σε Newton (N) δια το εμβαδόν σε τετραγωνικά μέτρα (m^2). Σε τυπικές μηχανολογικές εφαρμογές, το pascal αποτελεί μια πολύ μικρή μονάδα και επομένως η τάση εκφράζεται συνηθέστερα σε megapascals (MPa) όπου 1 MPa = 1.000.000 Pa. Μια χρήσιμη εναλλακτική λύση κατά τον υπολογισμό της τάσης σε MPa είναι η έκφραση της δύναμης σε Newton και του εμβαδού σε τετραγωνικά χιλιοστά (mm^2). Επομένως,

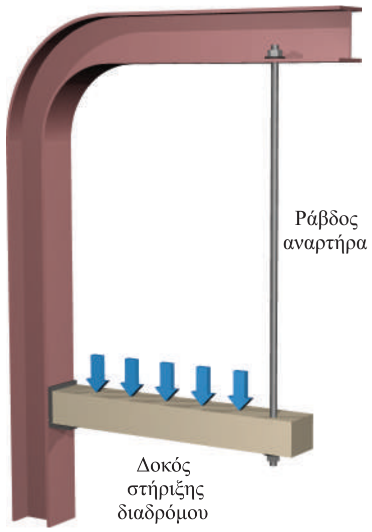
$$1\ \text{MPa} = 1.000.000\ \text{N/m}^2 = 1\ \text{N/mm}^2 \tag{1.4}$$

Σημαντικά Ψηφία

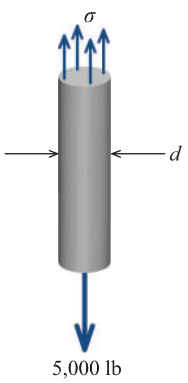
Στο παρόν σύγγραμμα, οι τελικές αριθμητικές απαντήσεις παρουσιάζονται συνήθως με τρία σημαντικά ψηφία όταν ένας αριθμός ξεκινά με τα ψηφία 2 έως 9 και με τέσσερα σημαντικά ψηφία όταν ο αριθμός ξεκινά με το ψηφίο 1. Οι ενδιάμεσες τιμές καταγράφονται γενικώς με επιπλέον ψηφία, ώστε να ελαχιστοποιείται η απώλεια της αριθμητικής ακρίβειας λόγω στρογγυλοποίησης.

Κατά την ανάπτυξη εννοιών που σχετίζονται με την τάση σε αντιπροσωπευτικά προβλήματα και ασκήσεις, είναι πρακτικό να χρησιμοποιείται η έννοια του **στερεού στοιχείου**. Ανάλογα με τον τρόπο στήριξης του, ένα στερεό στοιχείο μπορεί να κινείται κάθετα ή οριζόντια ή μπορεί να περιστρέφεται γύρω από μια θέση στήριξης. Το στερεό στοιχείο θεωρείται ότι έχει άπειρη αντοχή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.1



ΣΧΗΜΑ 1



Διάγραμμα ελεύθερου σώματος της ράβδου αναρτήρα.

ΣΧΗΜΑ 2

Μία ατσάλινη ράβδος 0,5 in χρησιμοποιείται ώστε να συγκρατεί το ένα άκρο μιας δοκού (**Σχήμα 1**). Η δύναμη που παραλαμβάνεται από τη ράβδο είναι ίση με 5.000 lb. Προσδιορίστε την ορθή τάση στη ράβδο. (Αγνοήστε το βάρος της ράβδου.)

Λύση

Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται ένα διάγραμμα ελεύθερου σώματος της ράβδου. Η άκαμπτη ράβδος έχει κυκλική διατομή και το εμβαδόν της υπολογίζεται ως

$$A = \frac{\pi}{4}d^2 = \frac{\pi}{4}(0{,}5\text{ in.})^2 = 0{,}16635\text{ in.}^2$$

όπου d = διάμετρος της ράβδου.

Δεδομένου ότι η δύναμη στη ράβδο είναι ίση με 5.000 lb, η ορθή τάση στη ράβδο μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\sigma = \frac{F}{A} = 5.000\text{ lb}/0.19635\text{ in.}^2 = 25.464{,}73135\text{ psi}$$

Αν και αυτή η απάντηση είναι αριθμητικά σωστή, δεν θα ήταν σωστό να αναφέρετε ως τελική απάντηση μία τάση ίση με 25.464,73135 psi. Ένας αριθμός με τόσα πολλά ψηφία συνεπάγεται ακρίβεια την οποία δεν είμαστε σε θέση να επιτύχουμε. Σε αυτήν την περίπτωση, τόσο η διάμετρος της ράβδου όσο και η δύναμη δίνονται με ακρίβεια ενός μόνο σημαντικού ψηφίου. Ωστόσο, η τιμή της τάσης που έχουμε υπολογίσει εδώ έχει 10 σημαντικά ψηφία.

Στη μηχανική, είναι σύνηθες οι τελικές απαντήσεις να στρογγυλοποιούνται στα τρία σημαντικά ψηφία (εάν το πρώτο ψηφίο δεν είναι το 1) ή στα τέσσερα σημαντικά ψηφία (εάν το πρώτο ψηφίο είναι το 1). Χρησιμοποιώντας αυτή την κατευθυντηρία γραμμή, η ορθή τάση στη ράβδο θα παρουσιάζεται ως

$$\sigma = 25.500\text{ psi}$$ **Απ.**

Σε πολλές περιπτώσεις, γίνεται προσπάθεια οι εικόνες σε αυτό το βιβλίο να απεικονίζουν αντικείμενα σε ρεαλιστική τρισδιάστατη προοπτική. Όποτε είναι δυνατόν, έχει γίνει προσπάθεια ώστε τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος να παρουσιάζονται εντός του πραγματικού πλαισίου του σώματος ή της κατασκευής. Σε αυτές τις εικόνες, το διάγραμμα ελεύθερου σώματος εμφανίζεται με πλήρες χρώμα, ενώ άλλα τμήματα του σώματος ή της κατασκευής έχουν απαλότερο χρώμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.2

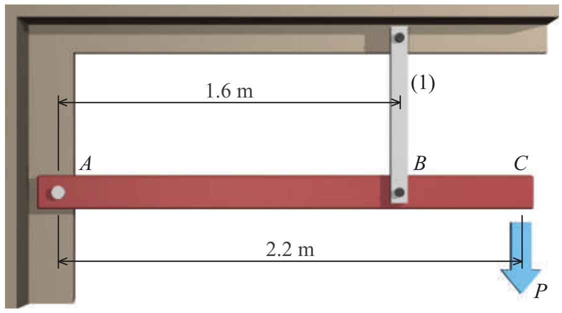
Η μη-παραμορφώσιμη ράβδος *ABC* υποστηρίζεται από έναν πείρο στο σημείο *A* και το αξονικό στοιχείο (1), με εμβαδόν διατομής 540 mm^2 (**Σχήμα 1**). Το βάρος της άκαμπτης ράβδου *ABC* μπορεί να αγνοηθεί. (Σημείωση: 1 kN = 1.000 N.)

α. Προσδιορίστε την ορθή τάση στο στοιχείο (1) εάν στο *C* εφαρμοστεί ένα φορτίο $P = 8$ kN.

β. Εάν η μέγιστη ορθή τάση στο στοιχείο (1) πρέπει να έχει όριο τα 50 MPa, ποιο είναι το μέγιστο μέτρο του φορτίου *P* που μπορεί να ασκηθεί στη μη-παραμορφώσιμηράβδο στο *C*;

Οργανώστε τη Λύση

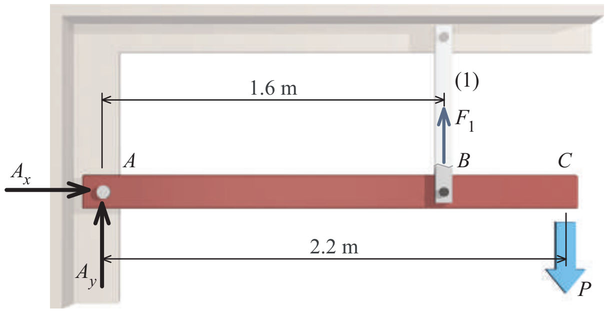
(Μέρος α)
Προτού υπολογιστεί η ορθή τάση στο στοιχείο (1), πρέπει να προσδιοριστεί η αξονική του δύναμη. Για τον υπολογισμό αυτής της δύναμης, θεωρήστε διάγραμμα ελεύθερου σώματος της άκαμπτης ράβδου *ABC* και γράψτε την εξίσωση ισορροπίας των ροπών ως προς τον πείρο *A* (**Σχήμα 2**).



ΣΧΗΜΑ 1

Λύση

(Μέρος α)
Για την άκαμπτη ράβδο *ABC*, γράψτε την εξίσωση ισορροπίας για το άθροισμα των ροπών ως προς τον πείρο *A*. Έστω ότι F_1 είναι εσωτερική δύναμη στο στοιχείο (1) και υποθέστε ότι η F_1 είναι εφελκυστική δύναμη. Οι θετικές ροπές στην εξίσωση ισορροπίας καθορίζονται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Τότε



Διάγραμμα ελεύθερου σώματος της συμπαγούς ράβδου *ABC*.

ΣΧΗΜΑ 2

$$\sum M_A = -(8\text{ kN})(2{,}2\text{ m}) + (1{,}6\text{ m})F_1 = 0$$

$$\therefore F_1 = 11\text{ kN}$$

Η ορθή τάση στο στοιχείο (1) μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = (11\text{ kN})(1.000\text{ N/kN})/540\text{ mm}^2 = 20.370\text{ N/mm}^2 = 20.4\text{ MPa}$$ **Απ.**

(Προσέξτε ότι 1 MPa = 1 N/mm^2)

Οργανώστε τη Λύση

(Μέρος β)
Χρησιμοποιώντας την τάση που δίνεται, υπολογίστε τη μέγιστη δύναμη την οποία μπορεί να παραλάβει με ασφάλεια το στοιχείο (1). Μόλις υπολογιστεί αυτή η δύναμη, χρησιμοποιήστε την εξίσωση ισορροπίας των ροπών για να προσδιορίσετε το φορτίο *P*.

Λύση

(Μέρος β)
Προσδιορίστε τη μέγιστη επιτρεπτή δύναμη για το στοιχείο (1):

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

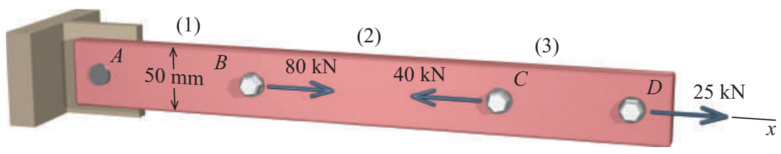
$$\therefore F_1 = \sigma_1/A_1 = (50\text{ MPa})(540\text{ mm}^2) = (50\text{ N/mm}^2)(540\text{ mm}^2) = 27.000\text{ N} = 27\text{ kN}$$

Υπολογίστε το μέγιστο επιτρεπτό φορτίο *P* από την εξίσωση ισορροπίας των ροπών:

$$\sum M_A = -(2{,}2\text{ m})P + (1{,}6\text{ m})(27\text{ kN}) = 0$$

$$\therefore P = 19{,}64\text{ kN}$$ **Απ.**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.3



ΣΧΗΜΑ 1

Μια χαλύβδινη ράβδος πλάτους 50 mm δέχεται την επίδραση αξονικών φορτίων στα σημεία *B*, *C* και *D* (**Σχήμα 1**). Εάν το μέτρο της ορθής τάσης στη ράβδο δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 60 MPa, προσδιορίστε το ελάχιστο πάχος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη ράβδο.

Οργανώστε τη Λύση

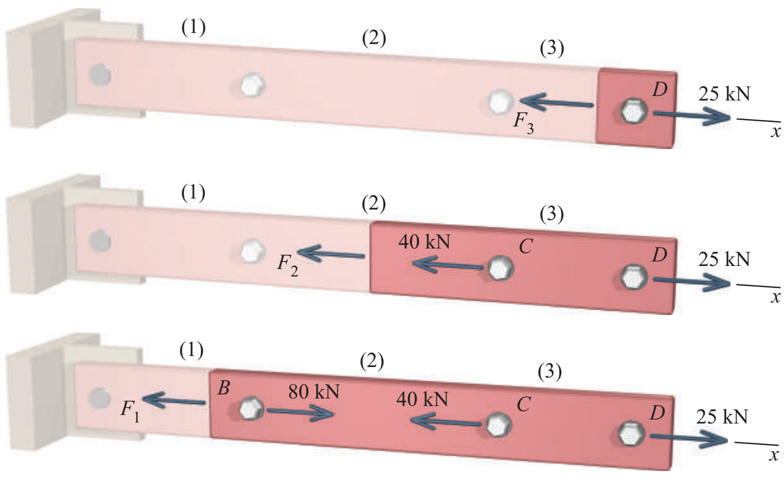
Σχεδιάστε τα διαγράμματα ελεύθερου σώματος τα οποία αποκαλύπτουν την εσωτερική δύναμη σε κάθε ένα από τα τρία τμήματα. Σε κάθε τμήμα, προσδιορίστε το μέτρο και την κατεύθυνση της εσωτερικής αξονικής δύναμης που απαιτείται ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη ισορροπίας. Χρησιμοποιήστε την εσωτερική αξονική δύναμη με το μεγαλύτερο μέτρο και την επιτρεπτή ορθή τάση, για να υπολογίσετε το ελάχιστο εμβαδό διατομής που απαιτείται για τη ράβδο. Διαιρέστε το εμβαδόν της διατομής με το πλάτος των 50 mm για να υπολογίσετε το ελάχιστο πάχος της ράβδου.

Λύση

Ξεκινήστε σχεδιάζοντας το διάγραμμα ελεύθερου σώματος (ΔΕΣ) που θα αποκαλύπτει την εσωτερική δύναμη στο τμήμα (3) (**Σχήμα 2**). Δεδομένου ότι η δύναμη αντίδρασης στο *A* δεν έχει υπολογιστεί, θα είναι ευκολότερο να τμήσετε τη ράβδο στο τμήμα (3) και να εξετάσετε το τμήμα της ράβδου που ξεκινά από την τομή και εκτείνεται ως το ελεύθερο άκρο της ράβδου στο *D*. Υπάρχει μία άγνωστη εσωτερική αξονική δύναμη F_3 στο τμήμα (3) και θα ήταν χρήσιμο να καθοριστεί μία συνεπής σύμβαση για αυτού του είδους τα προβλήματα.

Συμβουλή επίλυσης προβλημάτων:

Όταν εξετάζετε το ΔΕΣ σε ένα αξονικό στοιχείο, υποθέστε ότι η εσωτερική δύναμη είναι εφελκυστική και σχεδιάστε το διάνυσμα της δύναμης με κατεύθυνση *μακριά από την τομή*. Εάν η τιμή της εσωτερικής δύναμης υπολογισθεί ότι είναι ένας θετικός αριθμός, τότε επιβεβαιώνεται η υπόθεση του εφελκυσμού. Εάν η τιμή υπολογισθεί ως αρνητικός αριθμός, τότε η εσωτερική δύναμη είναι στην πραγματικότητα θλιπτική.



ΣΧΗΜΑ 2

Με βάση μια τομή *FBD* σε ένα αξονικό τμήμα (3), η εξίσωση ισορροπίας είναι

$$\sum F_x = -F_3 + 25\ \text{kN} = 0$$
$$\therefore F_3 = 25\ \text{kN} = 25\ \text{kN (T)}$$

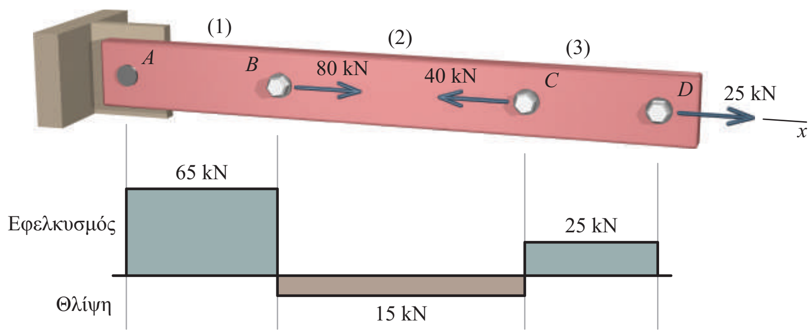
Επαναλάβετε αυτήν τη διαδικασία για μία τομή *FBD* που αποκαλύπτει την εσωτερική δύναμη στο τμήμα (2):

$$\sum F_x = -F_2 - 40\ \text{kN} + 25\ \text{kN} = 0$$
$$\therefore F_2 = -15\ \text{kN} = 15\ \text{kN (C)}$$

Στη συνέχεια, επαναλάβετε για μία τομή *FBD* που αποκαλύπτει την εσωτερική δύναμη στο τμήμα (1):

$$\sum F = -F_1 + 80\ \text{kN} - 40\ \text{kN} + 25\ \text{kN} = 0$$
$$\therefore F_1 = 65\ \text{kN (T)}$$

Μία καλή πρακτική αποτελεί πάντοτε, η κατασκευή ενός απλού σχεδίου το οποίο συνοψίζει γραφικά τις εσωτερικές αξονικές δυνάμεις κατά μήκος της ράβδου. Το διάγραμμα της αξονικής δύναμης απεικονίζει ως θετικές τις εσωτερικές εφελκυστικές δυνάμεις και ως αρνητικές τις εσωτερικές θλιπτικές δυνάμεις (**Σχήμα 3**).



Διάγραμμα αξονικής δύναμης όπου φαίνονται οι εσωτερικές δυνάμεις σε καθένα από τα επιμέρους τμήματα της ράβδου.

ΣΧΗΜΑ 3

Το ζητούμενο εμβαδόν της διατομής θα υπολογιστεί σύμφωνα με την απόλυτη τιμή της εσωτερικής δύναμης με το μέγιστο μέτρο. Η ορθή τάση στη ράβδο πρέπει να έχει όριο τα 60 MPa. *Προκειμένου ο υπολογισμός να γίνει ευκολότερος, χρησιμοποιείται η μετατροπή 1 MPa = 1 N/mm²·* επομένως, 60 MPa = 60 N/mm² και έχουμε

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \therefore A \geq \frac{F}{\sigma} = \frac{(65\ \text{kN})(1.000\ \text{N/kN})}{60\ \text{N/mm}^2} = 1.083{,}333\ \text{mm}^2$$

Δεδομένου ότι η ατσάλινη ράβδος έχει πλάτος 50 mm, το ελάχιστο πάχος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη ράβδο είναι

$$t_{min} \geq \frac{1.083{,}333\ \text{mm}^2}{50\ \text{mm}} = 21.667\ \text{mm} = 21.7\ \text{mm}$$ **Απ.**

Στην πράξη, το πάχος της ράβδου θα στρογγυλοποιούνταν στο επόμενο μεγαλύτερο πρότυπο μέγεθος.

Ανασκόπηση

Ελέγξτε ξανά τους υπολογισμούς σας, δίνοντας ιδιαίτερη προσοχή στις μονάδες. Να δείχνετε πάντοτε τις μονάδες στους υπολογισμούς σας, επειδή είναι ένας εύκολος και γρήγορος τρόπος για να ανακαλύψετε λάθη. Είναι λογικές οι απαντήσεις; Εάν το πάχος της ράβδου ήταν 0,0217 mm αντί για 21,7 mm, θα ήταν λογική η λύση σας σύμφωνα με τη διαίσθησή σας;

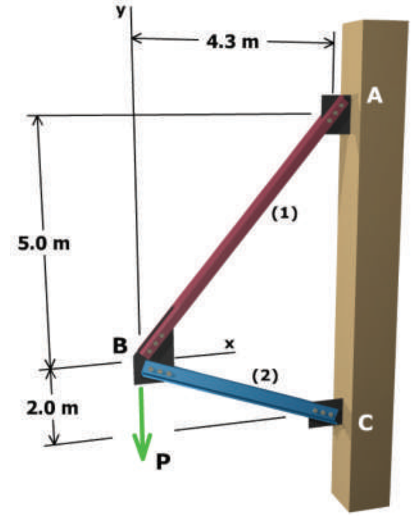
MecMovies

Παράδειγμα

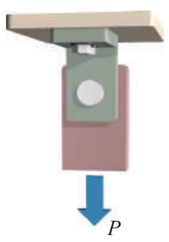
M1.4 Δύο αξονικά στοιχεία χρησιμοποιούνται για να στηρίξουν ένα φορτίο *P* που εφαρμόζεται στην άρθρωση *B*.

- Το στοιχείο (1) έχει εμβαδόν διατομής $A_1 = 3.080\ \text{mm}^2$ και επιτρεπτή ορθή τάση 80 MPa.
- Το στοιχείο (2) έχει εμβαδόν διατομής $A_2 = 4.650\ \text{mm}^2$ και επιτρεπτή ορθή τάση 75 MPa.

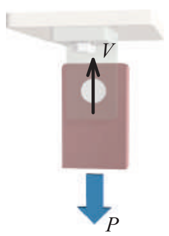
Προσδιορίστε το μέγιστο φορτίο *P* που μπορεί να υποστηριχθεί, χωρίς την υπέρβαση καμίας από τις επιτρεπόμενες ορθές τάσεις.



1.3 Άμεση Διατμητική Τάση



ΣΧΗΜΑ 1.2α Σύνδεση απλής διάτμησης με πείρο.



ΣΧΗΜΑ 1.2β Διάγραμμα ελεύθερου σώματος όπου φαίνεται η μεταφορά μιας διατμητικής τάσης από έναν πείρο.

Τα φορτία που ασκούνται σε μία κατασκευή, μεταφέρονται γενικά στα επιμέρους στοιχεία του διαμέσου των μεταξύ τους συνδέσεων που περιλαμβάνουν ενδεχομένως ήλους, κοχλίες, πείρους, καρφιά ή συγκολλήσεις. Σε όλες αυτές τις συνδέσεις, μία από τις πιο σημαντικές τάσεις που αναπτύσσονται είναι η *διατμητικές τάσεις*. Στην προηγούμενη ενότητα, η ορθή τάση ορίστηκε ως η ένταση μιας εσωτερικής δύναμης που δρα σε μια επιφάνεια *κάθετη* στην κατεύθυνση της εσωτερικής δύναμης. Η διατμητική τάση αποτελεί επίσης την ένταση μίας εσωτερικής δύναμης, η διατμητική τάση όμως ασκείται σε μία επιφάνεια που είναι παράλληλη προς την εσωτερική δύναμη.

Για να εξετάσουμε την έννοια της διατμητικής τάσης, θεωρούμε μία απλή σύνδεση στην οποία η δύναμη που φέρει ένα αξονικό στοιχείο μεταφέρεται σε ένα στήριγμα μέσω ενός στερεού κυκλικού πείρου (**Σχήμα 1.2α**). Το φορτίο μεταφέρεται από το αξονικό στοιχείο στο στήριγμα με μια **διατμητική δύναμη** (δηλαδή, μια δύναμη που τείνει να τμήσει) κατανεμημένη σε μια εγκάρσια διατομή του πείρου. Το αντίστοιχο διάγραμμα ελεύθερου σώματος του αξονικού στοιχείου με τον πείρο φαίνεται στο Σχήμα 1.2*β*. Σε αυτό το διάγραμμα, η συνισταμένη διατμητική δύναμη *V* έχει αντικαταστήσει την κατανομή των διατμητικών δυνάμεων στην εγκάρσια διατομή του πείρου. Η ισορροπία απαιτεί η συνισταμένη διατμητική δύναμη *V* να είναι ίση με το εφαρμοζόμενο φορτίο *P*. Δεδομένου ότι μόνο μία διατομή του πείρου μεταφέρει φορτίο μεταξύ του αξονικού στοιχείου και του στηρίγματος, ο πείρος λέγεται ότι βρίσκεται σε **απλή διάτμηση**.

Από τον ορισμό της τάσης που δίνεται από την Εξίσωση (1.1), η μέση διατμητική τάση στην εγκάρσια διατομή του πείρου μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\tau_{avg} = \frac{V}{A_V} \tag{1.5}$$

όπου $A_V =$ το εμβαδόν που μεταφέρει την διατμητική τάση. Το ελληνικό γράμμα τ χρησιμοποιείται συνήθως για να δηλώσει την διατμητική τάση. Μια σύμβαση για το πρόσημο της διατμητικής τάσης θα παρουσιαστεί σε μια από τις επόμενες ενότητες του παρόντος συγγράμματος.

Η τάση σε ένα σημείο της εγκάρσιας διατομής του πείρου μπορεί να βρεθεί κάνοντας χρήση της ίδιας διαδικασία λαμβάνοντας το αντίστοιχο όριο όπως αυτό που χρησιμοποιήθηκε για τη εύρεση της Εξίσωσης (1.3) για την ορθή τάση σε ένα σημείο. Επομένως,

$$\tau = \lim_{\Delta A_V \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta A_V} \tag{1.6}$$

Θα αποδειχθεί αργότερα στο παρόν σύγγραμμα, ότι οι διατμητικές τάσεις δεν μπορούν να κατανέμονται ομοιόμορφα στην εγκάρσια διατομή ενός πείρου ή ενός κοχλία και ότι η *μέγιστη διατμητική τάση* στην εγκάρσια διατομή μπορεί να είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μέση διατμητική τάση που βρίσκεται χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (1.5). Ο σχεδιασμός απλών συνδέσεων ωστόσο, βασίζεται συνήθως στη θεώρηση μια μέσης τιμής τάσης και αυτή τη διαδικασία θα ακολουθήσουμε στο παρόν σύγγραμμα.

Οι MecMovies 1.7 και 1.8 παρουσιάζουν κινούμενες απεικονίσεις συνδέσεων με βίδες απλής και διπλής διάτμησης.

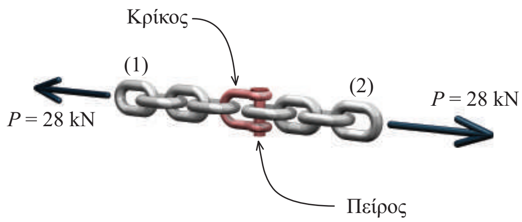
Η MecMovies 1.9 παρουσιάζει κινούμενη απεικόνιση μιας σύνδεσης με διατμητική βάση μεταξύ ενός οδοντωτού τροχού και ενός άξονα.

Το κλειδί για τον προσδιορισμό της διατμητικής τάσης στις συνδέσεις είναι η απεικόνιση της επιφάνειας ή των επιφανειών αστοχίας που θα δημιουργηθούν, εάν οι συνδετήρες (δηλ. οι πείροι, οι κοχλίες, οι ύλοι ή οι συγκολλήσεις) στην πραγματικότητα θραυούν. Η περιοχή διάτμησης A_V που μεταφέρει τη διατμητική δύναμη είναι η περιοχή που αποκαλύπτεται όταν ο συνδετήρας θραυεί. Δύο συνήθη είδη επιφανειών αστοχίας πείρων σε διάτμηση φαίνονται στα **Σχήματα 1.3** και **1.4**. Εργαστηριακά δοκίμια πείρων που έχουν αστοχήσει σε ένα επίπεδο διάτμησης φαίνονται στο Σχήμα 1.3. Αντίστοιχα, ένα δοκίμιο πείρου που έχει αστοχήσει σε δύο παράλληλα επίπεδα διάτμησης φαίνεται στο Σχήμα 1.4.

ΣΧΗΜΑ 1.3 Αστοχία απλής διάτμησης σε δοκίμια πείρους.

ΣΧΗΜΑ 1.4 Αστοχία διπλής διάτμησης σε ένα δοκίμιο πείρο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.4

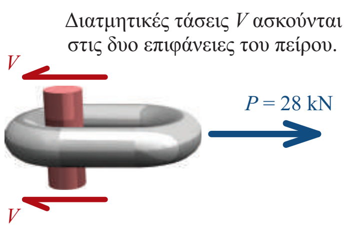


ΣΧΗΜΑ 1

Τα στοιχεία (1) και (2) της αλυσίδας συνδέονται με έναν κρίκο και έναν πείρο (**Σχήμα 1**). Εάν η αξονική δύναμη στις αλυσίδες είναι ίση με $P = 28$ kN και η επιτρεπόμενη διατμητική τάση στον πείρο ισούται με $\tau_{επιτρεπτή} = 90$ MPa, προσδιορίστε την ελάχιστη αποδεκτή διάμετρο d για τον πείρο.

Οργανώστε τη Λύση

Για την επίλυση του προβλήματος, φανταστείτε αρχικά τις επιφάνειες που θα αποκαλυφθούν εάν ο πείρος θραυεί λόγω του εφαρμοζόμενου φορτίου P. Στις επιφάνειες του πείρου θα αναπτυχθεί διατμητική τάση, η οποία θα είναι ανάλογη του φορτίου P μέχρι την θραύση Ακολούθως, πρέπει να υπολογισθεί το απαιτούμενο εμβαδόν της περιοχής διάτμησης προκειμένου να παραλειφθεί από τον πείρο η αναπτυσσόμενη διατμητική δύναμη που ασκείται σε κάθε μία από τις επιφάνειες του και από το εμβαδόν αυτό μπορεί να υπολογιστεί η ελάχιστη διάμετρος του.



Διάγραμμα ελεύθερου σώματος του πείρου.

ΣΧΗΜΑ 2

Λύση

Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος (ΔΕΣ) του πείρου, ο οποίος συνδέει την αλυσίδα (2) με τον κρίκο (**Σχήμα 2**). Δύο διατμητικές δυνάμεις V αναπτύσσονται ως αντίδραση στο εφαρμοζόμενο φορτίο $P = 28$ kN. Η διατμητική δύναμη V που δρα σε κάθε επιφάνεια πρέπει να ισούται με το μισό του εφαρμοζόμενου φορτίου P· ως εκ τούτου, $V = 14$ kN.

Στη συνέχεια, το εμβαδόν κάθε επιφάνειας είναι το εμβαδόν της διατομής του πείρου. Η μέση διατμητική τάση που ασκείται σε κάθε μία από τις επιφάνειες αστοχίας του πείρου είναι συνεπώς, η διατμητική δύναμη V δια το εμβαδόν της διατομής του πείρου. Δεδομένου ότι η μέση διατμητική τάση πρέπει να έχει όριο τα 90 MPa, η ελάχιστη τιμή εμβαδού διατομής που απαιτείται ώστε να ικανοποιείται η προϋπόθεση της επιτρεπόμενης διατμητικής τάσης μπορεί να υπολογιστεί ως

$$\tau = \frac{V}{A_{πείρου}} \quad \therefore A_{πείρου} \geq \frac{V}{\tau_{επιτρεπτή}} = \frac{(14\text{ kN})(1.000\text{ N/kN})}{90\text{N/mm}^2} = 155{,}556\text{ mm}^2$$

Η ελάχιστη απαιτούμενη διάμετρος πείρου για χρήση στον κρίκο μπορεί να προσδιοριστεί από το εμβαδόν της διατομής που απαιτείται ως:

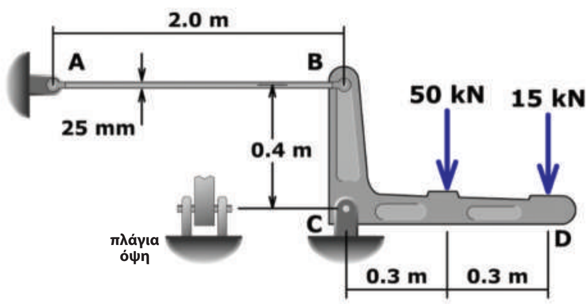
$$A_{πείρου} \geq \frac{\pi}{4} d^2_{πείρου} = 155{,}556\text{ mm}^2 \quad \therefore d_{πείρου} \geq 14{,}07\text{ mm} \quad \text{ας πούμε, } d_{πείρου} = 15\text{ mm}$$ **Απ.**

Σε αυτή την σύνδεση, δύο διατομές του πείρου υπόκεινται σε διατμητικές δυνάμεις V. Κατά συνέπεια, ο πείρος βρίσκεται σε **διπλή διάτμηση**.

MecMovies

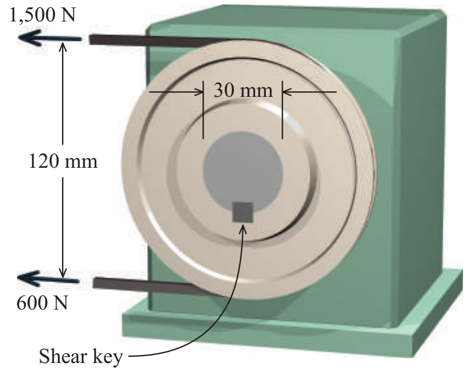
Παράδειγμα

M1.5 Ένας πείρος στο C και μια κυλινδρική ράβδος αλουμινίου στο B στηρίζουν την άκαμπτη ράβδο BCD. Εάν η επιτρεπόμενη διατμητική τάση του πείρου είναι ίση με 50 MPa, πόση είναι η ελάχιστη απαιτούμενη διάμετρος του πείρου;



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.5

Μία τροχαλία με ιμάντα που χρησιμοποιείται για την οδήγηση μιας διάταξης, είναι προσαρτημένη σε έναν άξονα διαμέτρου 30 mm με ένα τετράγωνο διατμητικό σύνδεσμο (**Σχήμα 1**). Οι τάσεις που αναπτύσσονται στον ιμάντα είναι ίσες με 1.500 N και 600 N, όπως φαίνεται. Οι διαστάσεις του διατμητικού συνδέσμου είναι 6 mm επί 6 mm επί 25 mm μήκος. Προσδιορίστε την διατμητική τάση που αναπτύσσεται στον διατμητικό σύνδεσμο.

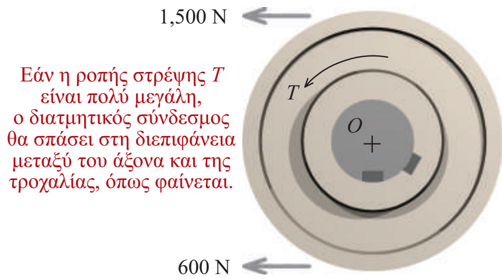


ΣΧΗΜΑ 1

Οργανώστε τη Λύση

Ο διατμητικός σύνδεσμος αποτελεί ένα κοινό εξάρτημα που χρησιμοποιείται για τη σύνδεση τροχαλιών, οδοντοτροχών και οδοντωτών τροχών με άκαμπτους κυκλικούς άξονες. Μία ορθογώνια σχισμή δημιουργείται στον άξονα, και μια αντίστοιχη εγκοπή ίδιου πλάτους χαράσσεται στην τροχαλία. Αφού η σχισμή και η εγκοπή ευθυγραμμιστούν, εισάγεται στο άνοιγμα ένα τετράγωνο μεταλλικό κομμάτι. Αυτό το μεταλλικό κομμάτι ονομάζεται διατμητικός σύνδεσμος· και δεσμεύει τον άξονα και την τροχαλία να περιστρέφονται ταυτόχρονα.

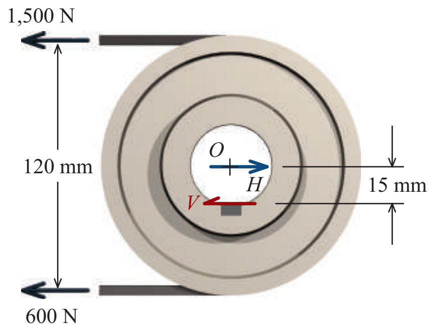
Πριν την έναρξη των υπολογισμών, προσπαθήστε να φανταστείτε την επιφάνεια αστοχίας στον διατμητικό σύνδεσμο (**Σχήμα 2**). Δεδομένου ότι οι τάσεις στον ιμάντα δεν είναι ίσες, γύρω από κέντρο του άξονα δημιουργείται ροπή. Αυτό το είδος ροπής, που ονομάζεται **ροπή στρέψης**, προκαλεί την περιστροφή του άξονα και της τροχαλίας. Εάν η ροπή στρέψης *T* που δημιουργείται από τις άνισες τάσεις του ιμάντα είναι πολύ μεγάλη, ο διατμητικός σύνδεσμος θα σπάσει στη διεπιφάνεια μεταξύ του άξονα και της τροχαλίας, επιτρέποντας στην τροχαλία να περιστρέφεται ελεύθερα πάνω στον άξονα. Αυτή η επιφάνεια αστοχίας είναι το επίπεδο στο οποίο δημιουργείται διατμητική τάση στον διατμητικό σύνδεσμο.



Φανταστείτε την επιφάνεια αστοχίας στον διατμητικό σύνδεσμο.

ΣΧΗΜΑ 2

Από τις τάσεις του ιμάντα και τη διάμετρο της τροχαλίας, προσδιορίστε τη ροπή στρέψης *T* που ασκεί η τροχαλία στον άξονα. Από το διάγραμμα ελεύθερου σώματος (ΔΕΣ) της τροχαλίας, προσδιορίστε τη δύναμη που πρέπει να παρέχει ο διατμητικός σύνδεσμος ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη ισορροπίας. Μόλις προσδιοριστεί η δύναμη στον διατμητικό σύνδεσμο, η διατμητική τάση στον διατμητικό σύνδεσμο μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις διαστάσεις του διατμητικού συνδέσμου.



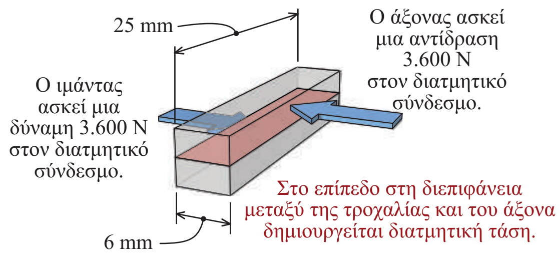
Διάγραμμα ελεύθερου σώματος της τροχαλίας.

ΣΧΗΜΑ 3

Λύση

Θεωρήστε το ΔΕΣ της τροχαλίας (**Σχήμα 3**). Αυτό το ΔΕΣ περιλαμβάνει τις τάσεις του ιμάντα, παραλείπει όμως τον άξονα. Το ΔΕΣ τέμνει τον διατμητικό σύνδεσμο ακριβώς στη διεπιφάνεια μεταξύ της τροχαλίας και του άξονα. Υποθέτουμε την ύπαρξημιας εσωτερικής δύναμης που ασκείται στην εκτεθειμένη επιφάνεια του διατμητικού συνδέσμου. Αυτή η δύναμη σημειώνεται ως διατμητική δύναμη *V*. Η απόσταση από το *V* έως το κέντρο *O* του άξονα είναι ίση με την ακτίνα του άξονα. Δεδομένου ότι η διάμετρος του άξονα είναι ίση με 30 mm, η απόσταση από το *O* έως τη δύναμη διάτμησης V ισούται με 15 mm. Το μέτρο της διατμητικής δύναμης *V* μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση ισορροπίας των ροπών για το σημείο *O*, το οποίο αποτελεί το κέντρο περιστροφής τόσο για την τροχαλία όσο και για τον άξονα. Σε αυτήν την εξίσωση, οι θετικές ροπές ορίζονται από τον κανόνα του δεξιού χεριού:

$$\sum M_O = (1.500\ \mathrm{N})(60\ \mathrm{mm}) - (600\ \mathrm{N})(60\ \mathrm{mm}) - (15\ \mathrm{mm})V = 0$$
$$\therefore V = 3.600\ \mathrm{N}$$



Όψη ενός διατμητικού συνδέσμου σε μεγέθυνση.

ΣΧΗΜΑ 4

Προκειμένου η τροχαλία να βρίσκεται σε ισορροπία, πρέπει να παρέχεται μια διατμητική δύναμη $V = 3.600$ N από τον διατμητικό σύνδεσμο.

Στο **Σχήμα 4** παρουσιάζεται μία όψη του διατμητικού συνδέσμου σε μεγέθυνση. Η ροπή που δημιουργούν οι τάσεις του ιμάντα αναπτύσσει δύναμη 3.600 N στον διατμητικό σύνδεσμο. Για λόγους ισορροπίας, μία δύναμη ίσου μέτρου αλλά αντίθετης κατεύθυνσης πρέπει να ασκείται από τον άξονα στον διατμητικό σύνδεσμο. Αυτό το ζεύγος δυνάμεων αντιστοιχεί στην ανάπτυξη διατμητικών τάσεων οι οποίες τείνουν να θραύσουν τον σύνδεσμο, . Η διατμητική τάση δρα στο επίπεδο που σημειώνεται με κόκκινο χρώμα.

Εφόσον η τροχαλία πρέπει να βρίσκεται σε ισορροπία αναπτύσσεται εσωτερική δύναμη $V = 3.600$ N σε εσωτερικό επίπεδο του διατμητικού συνδέσμου,. Το εμβαδόν αυτής της επίπεδης επιφάνειας ισούται με το γινόμενο του πλάτους και του μήκους του διατμητικού συνδέσμου

$$A_V = (6\text{ mm})(25\text{ mm}) = 150\text{ mm}^2$$

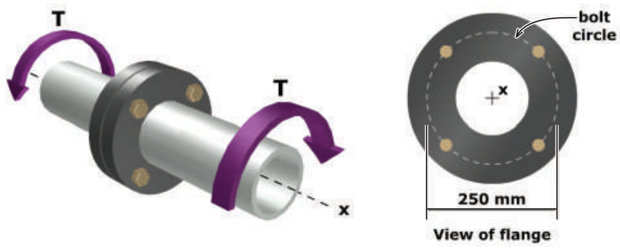
Η διατμητική τάση που δημιουργείται στον διατμητικό σύνδεσμο μπορεί τώρα να υπολογιστεί:

$$\tau = \frac{V}{A_V} = \frac{3.600\text{ N}}{150\text{ mm}^2} = 24{,}0\text{ N/mm}^2 = 24{,}0\text{ MPa}$$ **Απ.**

MecMovies

Παράδειγμα

M1.6 Ροπή $T = 10$ kN · m μεταφέρεται μεταξύ δύο αξόνων με φλάντζες, μέσω τεσσάρων κοχλιών διαμέτρου 22 mm. Προσδιορίστε τη μέση διατμητική τάση σε κάθε κοχλία, εάν η διάμετρος της διατομής του κοχλία είναι ίση με 250 mm. (Αγνοήστε την ύπαρξη τριβής ανάμεσα στις φλάντζες).



Το MecMovies 1.10 παρουσιάζει μια κινούμενη απεικόνιση μιας διάτμησης λόγω διάτρησης.

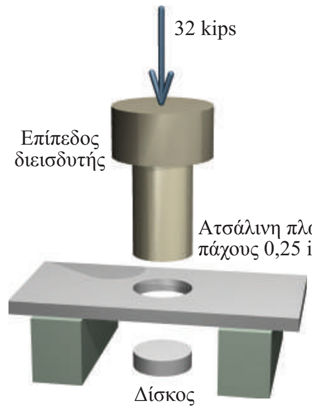
Ένα άλλο κοινό είδος διατμητικής φόρτισης είναι η **διάτρηση**. Παραδείγματα αυτού του είδους φόρτισης περιλαμβάνουν τη δράση ενός διεισδυτή για τον σχηματισμό οπών για ήλους σε μια μεταλλική πλάκα, την τάση που παρουσιάζουν τα κτιριακά υπο-

ΣΧΗΜΑ 1.5 Αστοχία σε διάτμηση λόγω διάτρησης σε δοκίμια από κομμάτια σύνθετου ξύλου.

στηλώματα να διατρήσουν τα πέδιλα θεμελίωσης και την τάση που παρουσιάζει ο κορμός ενός κοχλία υπό την επίδραση εφελκυστικού αξονικού φορτίου να αποκολληθεί από την κεφαλή. Κατά τη διάτρηση, η σημαντική τάση είναι η μέση διατμητική τάση στην επιφάνεια που ορίζεται από την *περίμετρο* του στοιχείου που διατρεί και το *πάχος* του στοιχείου που διατρείται. Διάτρηση απεικονίζεται στα τρία δοκίμια σύνθετου ξύλου που φαίνονται στο **Σχήμα 1.5**. Η κεντρική οπή σε κάθε δοκίμιο είναι μια δοκιμαστική οπή που χρησιμοποιείται ως οδηγός διάτρησης. Το δοκίμιο στα αριστερά δείχνει την επιφάνεια που δημιουργήθηκε ως οδηγός, στο ξεκίνημα της αστοχίας λόγω διάτμησης. Η κεντρική εικόνα αποκαλύπτει την επιφάνεια αστοχίας εφόσον το τρυπάνι έχει διατρήσει μερικώς το δοκίμιο. Η δεξιά εικόνα απεικονίζει το δοκίμιο το οποίο έχει πλήρως διατρηθεί.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.6

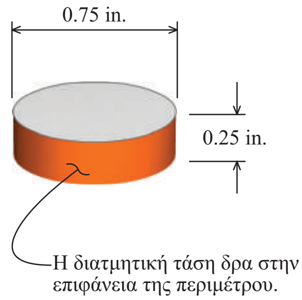
Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται ένας επίπεδος διεισδυτής για την κατασκευή οπών σε ατσάλινες πλάκες (**Σχήμα 1**). Για την δημιουργία μιας οπής διαμέτρου 0,75 in σε μια ατσάλινη πλάκα πάχους 0,25 in απαιτείται δύναμη διάτρησης με φορά προς τα κάτω ίση με 32 kips,. Προσδιορίστε τη μέση διατμητική τάση στη ατσάλινη πλάκα τη χρονική στιγμή που ο κυκλικός δίσκος (το τμήμα του χαλύβδινου δίσκου που αφαιρείται κατά την δημιουργία της οπής) απομακρύνεται από την πλάκα.



ΣΧΗΜΑ 1

Οργανώσετε τη λύση

Φανταστείτε την επιφάνεια που αποκαλύπτεται κατά την απομάκρυνση του δίσκου από την πλάκα (**Σχήμα 2**). Υπολογίστε την διατμητική τάση από την εφαρμοζόμενη δύναμη διάτρησης και το εμβαδόν της εκτειθέμενης επιφάνειας.



ΣΧΗΜΑ 2

Λύση

Η περιοχή που υπόκειται σε διάτμηση εμφανίζεται γύρω από την περίμετρο του δίσκου. Χρησιμοποιήστε τη διάμετρο d του δίσκου και το πάχος της πλάκας t για να υπολογίσετε το εμβαδόν της περιοχή διάτμησης A_V:

$$A_V = \pi dt = \pi/(0{,}75 \text{ in.})(0{,}25 \text{ in.}) = 0{,}58905 \text{ in.}^2$$

Η μέση διατμητική τάση τ υπολογίζεται από τη δύναμη διάτρησης $P = 32$ kips και το εμβαδόν της περιοχής διάτμησης:

$$\tau = \frac{P}{A_V} = \frac{32 \text{ kips}}{0{,}58905 \text{ in.}^2} = 54{,}3 \text{ ksi}$$

Απ.

1.4 Τάση Έδρασης

Ένα τρίτο είδος τάσης, η **τάση έδρασης** ή **τάση σύνθλιψης άντυγας**, είναι στην πραγματικότητα μια ειδική κατηγορία ορθής τάσης. Οι τάσεις έδρασης είναι ορθές θλιπτικές τάσεις που εμφανίζονται στην επιφάνεια επαφής *μεταξύ δύο επιμέρους αλληλεπιδρώντων στοιχείων*. Αυτός ο τύπος ορθής τάσης ορίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως οι ορθές και οι διατμητικές τάσεις (δηλαδή, δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας). Επομένως, η μέση τάση έδρασης σ_b εκφράζεται ως

$$\sigma_b = \frac{F}{A_b} \tag{1.7}$$

όπου A_b = το εμβαδόν της περιοχής επαφής μεταξύ των δύο *επιμέρους αλληλεπιδρώντων στοιχείων*.