

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Εισαγωγή

- 1.1 Το πλαίσιο 21
- 1.2 Λύσεις και Προβλήματα Αρχικών Τιμών 26
- 1.3 Πεδία Διευθύνσεων 35
- 1.4 Η Προσεγγιστική Μέθοδος του Euler 43
 - Περίληψη του Κεφαλαίου 1 49
 - Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 1 50
 - Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 1 51
 - Εργασίες για το Κεφάλαιο 1 52
 - A. Η Μέθοδος του Ricard 52
 - B. Η Γραμμή Φάσης 53
 - Γ. Εφαρμογές στην Οικονομία 54
 - Δ. Η Μέθοδος των Σειρών Taylor 56

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Διαφορικές Εξισώσεις Πρώτης Τάξης

- 2.1 Εισαγωγή: Πτώση ενός Σώματος 58
- 2.2 Διαχωρίσιμες Διαφορικές Εξισώσεις 61
- 2.3 Γραμμικές Εξισώσεις 68
- 2.4 Πλήρεις Διαφορικές Εξισώσεις 77
- 2.5 Ειδικοί Ολοκληρωτικοί Παράγοντες 86
- 2.6 Αντικαταστάσεις και Μετασχηματισμοί 90
 - Περίληψη του Κεφαλαίου 2 98
 - Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 2 99
 - Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 2 99
 - Εργασίες για το Κεφάλαιο 2 100
 - A. Διαρροή Πετρελαίου σε Κανάλι 100
 - B. Διαφορικές Εξισώσεις στην Κλινική Ιατρική 101

<i>Γ. Νόμος του Torricelli για τη Ροή των Ρευστών</i>	103
<i>Δ. Το Πρόβλημα του Εκχιονιστήρα</i>	104
<i>Ε. Δύο Εκχιονιστήρες</i>	104
<i>ΣΤ. Εξισώσεις Clairaut και Ιδιάζουσες Λύσεις</i>	105
<i>Ζ. Πολλαπλές Λύσεις σε ένα Πρόβλημα Αρχικών Τιμών Πρώτης Τάξης</i>	106
<i>Η. Συναρτήσεις Χρησιμότητας και Αποφυγή Κινδύνου</i>	106
<i>Θ. Σχεδιάζοντας έναν Ηλιακό Συλλέκτη</i>	107
<i>Ι. Ασυμπτωτική Συμπεριφορά των Λύσεων Γραμμικών Εξισώσεων</i>	108

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μαθηματικά Υποδείγματα και Αριθμητικές Μέθοδοι με Εξισώσεις Πρώτης Τάξης

3.1 Μαθηματικά Υποδείγματα	110
3.2 Διαμερισματική Ανάλυση	112
3.3 Θέρμανση και Ψύξη Κτιρίων	122
3.4 Νευτώνεια Μηχανική	129
3.5 Ηλεκτρικά Κυκλώματα	138
3.6 Αναλυτικές Μέθοδοι: Μια Προσεκτικότερη Ματιά στον Αλγόριθμο του Euler	141
3.7 Αριθμητικές Μέθοδοι Υψηλότερης Τάξης: Taylor και Runge-Kutta	152
Εργασίες για το Κεφάλαιο 3	161
<i>A. Η Δυναμική της Λοίμωξης HIV</i>	161
<i>B. Υδατοκαλλιέργεια</i>	164
<i>Γ. Καμπύλη Καταδίωξης</i>	165
<i>Δ. Καθοδήγηση Αεροσκάφους σε Κάθετο Άνεμο</i>	166
<i>Ε. Ισορροπία Αγοράς: Ευστάθεια και Χρονικές Διαδρομές</i>	167
<i>ΣΤ. Ευστάθεια των Αριθμητικών Μεθόδων</i>	168
<i>Ζ. Διπλασιασμός Περιόδου και Χάος</i>	170

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Γραμμικές Εξισώσεις Δεύτερης Τάξης

4.1 Εισαγωγή: Ο Ταλαντωτής Μάζας-Ελατηρίου	172
4.2 Ομογενείς Γραμμικές Εξισώσεις: Η Γενική Λύση	177
4.3 Βοηθητικές Εξισώσεις με Μιγαδικές Ρίζες	185
4.4 Μη Ομογενείς Εξισώσεις: Η Μέθοδος των Προσδιοριστέων Συντελεστών	194
4.5 Η Αρχή της Επαλληλίας και οι Προσδιοριστέοι Συντελεστές – Μια Δεύτερη Θεώρηση	200

- 4.6** Μεταβολή των Παραμέτρων 207
- 4.7** Εξισώσεις με Μεταβλητούς Συντελεστές 212
- 4.8** Ποιοτικές Θεωρήσεις Εξισώσεων Μεταβλητών Συντελεστών καθώς και Μη Γραμμικών Εξισώσεων 221
- 4.9** Μια Λεπτομερέστερη Θεώρηση των Ελεύθερων Μηχανικών Ταλαντώσεων 232
- 4.10** Μια Λεπτομερέστερη Θεώρηση των Εξαναγκασμένων Μηχανικών Ταλαντώσεων 241
- Περίληψη του Κεφαλαίου 4** 249
- Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 4** 251
- Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 4** 252
- Εργασίες για το Κεφάλαιο 4** 253
 - A. Μη Γραμμικές Εξισώσεις που Λύνονται με Τεχνικές Πρώτης Τάξης* 253
 - B. Επάνοδος του Διαστημοπλοίου «Απόλλων»* 254
 - Γ. Απλό Εκκρεμές* 255
 - Δ. Γραμμικοποίηση Μη Γραμμικών Προβλημάτων* 256
 - Ε. Η Μέθοδος της Συνέλιξης* 257
 - ΣΤ. Προσδιοριστέοι Συντελεστές με Μιγαδική Άλγεβρα* 257
 - Z. Ασυμπτωτική Συμπεριφορά των Λύσεων* 259
 - Η. Το Τρένο της Βαρύτητας* 260

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Εισαγωγή στην Ανάλυση Συστημάτων και του Επιπέδου των Φάσεων

- 5.1** Συγκοινωνούντα Δοχεία με Υγρά 261
- 5.2** Διαφορικοί Τελεστές και η Μέθοδος της Απαλοιφής για Συστήματα 263
- 5.3** Αριθμητική Επίλυση Συστημάτων και Εξισώσεων Υψηλότερης Τάξης 272
- 5.4** Εισαγωγή στο Επίπεδο των Φάσεων 282
- 5.5** Εφαρμογές στα Βιομαθηματικά: Υποδείγματα Εξέλιξης Επιδημιών και Καρκινικών Όγκων 294
- 5.6** Συζευγμένα Συστήματα Μάζας-Ελατηρίου 303
- 5.7** Ηλεκτρικά Συστήματα 309
- 5.8** Δυναμικά Συστήματα, Διαγράμματα Poincaré και Χάος 315
- Περίληψη του Κεφαλαίου 5** 324
- Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 5** 326
- Εργασίες για το Κεφάλαιο 5** 327
 - A. Σχεδίαση ενός Συστήματος Προσγείωσης για Διαπλανητικά Ταξίδια* 327
 - B. Διάδοση Λοιμώξεων Σταφυλόκοκκου στα Νοσοκομεία – Μέρος I* 328

Γ. Αντικείμενα που Κινούνται Πάνω-Κάτω 330
Δ. Χαμιλτονιανά Συστήματα 331
Ε. Καθαρισμός των Μεγάλων Λιμνών 333
ΣΤ. Η Επιδημία Ebola 2014-2015 334
Ζ. Βρόχοι Κλειδωμένης Φάσης 337

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 Θεωρία Γραμμικών Διαφορικών Εξισώσεων Υψηλότερης Τάξης

- 6.1** Βασική Θεωρία Γραμμικών Διαφορικών Εξισώσεων 339
6.2 Ομογενείς Γραμμικές Εξισώσεις με Σταθερούς Συντελεστές 347
6.3 Προσδιοριστέοι Συντελεστές και η Μέθοδος του Εκμηδενιστή 354
6.4 Μέθοδος της Μεταβολής των Παραμέτρων 358
Περίληψη του Κεφαλαίου 6 362
Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 6 363
Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 6 364
Εργασίες για το Κεφάλαιο 6 365
Α. Συστήματα Αλγεβρας Υπολογιστών και Εκθετική Μετατόπιση 365
Β. Αιτιολόγηση της Μεθόδου των Προσδιοριστέων Συντελεστών 366
Γ. Εγκάρσιες Ταλαντώσεις Ράβδου 367
Δ. Εξισώσεις Διαφορών Υψηλότερης Τάξης 367

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 Μετασχηματισμοί Laplace

- 7.1** Εισαγωγή: Ένα Πρόβλημα Ανάμειξης 370
7.2 Ορισμός του Μετασχηματισμού Laplace 373
7.3 Ιδιότητες του Μετασχηματισμού Laplace 381
7.4 Αντίστροφος Μετασχηματισμός Laplace 386
7.5 Λύση Προβλημάτων Αρχικής Τιμής 396
7.6 Μετασχηματισμοί Ασυνεχών Συναρτήσεων 403
7.7 Μετασχηματισμοί Περιοδικών Συναρτήσεων και Δυναμοσυναρτήσεων 412
7.8 Συνέλιξη 417
7.9 Ώσεις και η συνάρτηση δέλτα του Dirac 425
7.10 Λύση Γραμμικών Συστημάτων με Μετασχηματισμούς Laplace 432
Περίληψη του Κεφαλαίου 7 434
Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 7 435

Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 7	436
Εργασίες για το Κεφάλαιο 7	437
<i>A. Οι Τύποι του Duhamel</i>	437
<i>B. Μοντελοποίηση Απόκρισης Συχνότητας</i>	438
<i>Γ. Καθορισμός Παραμέτρων Συστήματος</i>	440

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8**Λύσεις Διαφορικών Εξισώσεων με Σειρές**

8.1	Εισαγωγή: Η Πολυωνυμική Προσέγγιση Taylor	441
8.2	Δυναμοσειρές και Αναλυτικές Συναρτήσεις	446
8.3	Λύσεις με Μορφή Δυναμοσειράς σε Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις	455
8.4	Εξισώσεις με Αναλυτικούς Συντελεστές	465
8.5	Ισοδιαστατικές Εξισώσεις Cauchy-Euler	470
8.6	Η Μέθοδος Frobenius	474
8.7	Εύρεση Δεύτερης Γραμμικώς Ανεξάρτητης Λύσης	485
8.8	Ειδικές Συναρτήσεις	494
	Περίληψη του Κεφαλαίου 8	507
	Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 8	509
	Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 8	510
	Εργασίες για το Κεφάλαιο 8	511
	<i>A. Αλγόριθμοι Αλφαβητικής Ταξινόμησης</i>	511
	<i>B. Σφαιρικά Συμμετρικές Λύσεις στην Εξίσωση του Schrödinger για το Άτομο του Υδρογόνου</i>	512
	<i>Γ. Η Εξίσωση Airy</i>	513
	<i>Δ. Κάμψη ενός Πύργου</i>	513
	<i>E. Γηρασμένο Ελατήριο και Συναρτήσεις Bessel</i>	515

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9**Μέθοδοι Πινάκων για Γραμμικά Συστήματα**

9.1	Εισαγωγή	516
9.2	Επανάληψη 1: Γραμμικές Αλγεβρικές Εξισώσεις	520
9.3	Επανάληψη 2: Πίνακες και Διανύσματα	524
9.4	Γραμμικά Συστήματα σε Κανονική Μορφή	535
9.5	Ομογενή Γραμμικά Συστήματα με Σταθερούς Συντελεστές	543
9.6	Μιγαδικές Ιδιοτιμές	554

- 9.7** Μη Ομογενή Γραμμικά Συστήματα 558
- 9.8** Εκθετική Συνάρτηση – Πίνακας 565
- Περίληψη του Κεφαλαίου 9** 573
- Προβλήματα Επανάληψης για το Κεφάλαιο 9** 575
- Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 9** 576
- Εργασίες για το Κεφάλαιο 9** 577
- A. Αποσύζευξη των Εξισώσεων ενός Κανονικού Συστήματος* 577
- B. Μέθοδος Μετασχηματισμού Laplace για Πίνακες* 578
- Γ. Συστήματα Δεύτερης Τάξης χωρίς Απόσβεση* 579

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10 Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

- 10.1** Εισαγωγή: Ένα υπόδειγμα Ροής Θερμότητας 580
- 10.2** Μέθοδος Χωρισμού των Μεταβλητών 583
- 10.3** Σειρές Fourier 591
- 10.4** Σειρά Fourier Συνημιτόνου και Ημιτόνου 607
- 10.5** Η Εξίσωση Θερμότητας 612
- 10.6** Η Εξίσωση Κύματος 624
- 10.7** Εξίσωση Laplace 636
- Περίληψη του Κεφαλαίου 10** 648
- Ασκήσεις Τεκμηριωμένης Απάντησης του Κεφαλαίου 10** 650
- Εργασίες για το Κεφάλαιο 10** 651
- A. Σταθερή Κατάσταση Κατανομής Θερμοκρασίας σε Κυκλικό Κύλινδρο* 651
- B. Λύση της Συνάρτησης Κύματος με Μετασχηματισμό Laplace* 653
- Γ. Η Συνάρτηση Green* 654
- Δ. Αριθμητική Μέθοδος Επίλυσης της $\Delta u = f$ σε ένα α Ορθογώνιο* 655
- E. Η Εξίσωση του Τηλέγραφου και η Εξίσωση Καλωδίου* 657

Παραρτήματα

- A. Ανασκόπηση των Τεχνικών Ολοκλήρωσης* 661
- B. Η Μέθοδος του Νεύτωνα* 669
- Γ. Κανόνας Simpson* 671
- Δ. Κανόνας Cramer* 673
- E. Η μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων* 674
- ΣΤ. Η Διαδικασία Runge-Kutta για n Εξισώσεις* 676
- Z. Λογισμικό για Μελέτη των Διαφορικών Εξισώσεων* 677
- Λύσεις σε προβλήματα περιττών αριθμών** 679