

# Περιεχόμενα

Πίνακας Συμβόλων	x
Εισαγωγή	xi
<b>1 Μαθηματικό Υπόβαθρο</b>	<b>1</b>
1.1 Οι αριθμοί στο δεκαδικό και άλλα συστήματα αρίθμησης . . . . .	1
1.2 Βασικές έννοιες από την Μαθηματική Ανάλυση . . . . .	3
1.2.1 Συναρτήσεις μίας μεταβλητής . . . . .	3
1.2.2 Συναρτήσεις δύο ή περισσότερων μεταβλητών . . . . .	6
1.2.3 Προσέγγιση Taylor . . . . .	9
1.2.4 Σύμβολισμός Big $\mathcal{O}$ . . . . .	11
1.2.5 Πεπερασμένες και Διηρημένες Διαφορές . . . . .	13
1.3 Έννοιες από τη Γραμμική Άλγεβρα . . . . .	14
1.3.1 Βασικοί Ορισμοί και Άλγεβρα Διανυσμάτων και Πινάκων . . . . .	14
1.3.2 Ορίζουσες . . . . .	18
1.3.3 Γραμμικά Συστήματα . . . . .	19
1.3.4 Ο διανυσματικός χώρος $\mathbb{R}^n$ . . . . .	22
1.3.5 Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα Πινάκων . . . . .	24
1.3.6 Νόρμες Διανυσμάτων και Πινάκων . . . . .	25
1.3.7 Παραγοντοποιήσεις Πινάκων . . . . .	28
1.3.8 Ορθογώνιες συναρτήσεις . . . . .	31
1.4 Διαφορικές Εξισώσεις . . . . .	33
1.4.1 Εισαγωγή. . . . .	33
1.5 Κυρτά Πολύεδρα . . . . .	35
<b>2 Προσεγγιστικές Μέθοδοι και Σφάλματα</b>	<b>36</b>
2.1 Η αναπαράσταση των αριθμών στους υπολογιστές . . . . .	37
2.1.1 Αριθμοί κινητής υποδιαστολής. . . . .	37
2.1.2 IEEE αριθμοί. . . . .	39
2.2 Προσεγγίσεις και Σφάλματα . . . . .	43
2.3 Προσεγγιστικοί αλγόριθμοι και σφάλματα. . . . .	47
2.4 Ασκήσεις για λύση . . . . .	53
2.5 Εφαρμογές στον υπολογιστή . . . . .	54
2.5.1 Υπολογιστικά Παραδείγματα . . . . .	54
2.5.2 Εργαστηριακές Ασκήσεις . . . . .	62
<b>3 Υπολογιστικές μέθοδοι Γραμμικής Άλγεβρας</b>	<b>64</b>
3.1 Άμεσες μέθοδοι Επίλυσης Γραμμικών Συστημάτων . . . . .	65
3.1.1 Επίλυση τριγωνικών Συστημάτων . . . . .	65
3.1.2 Απαλοιφής Gauss . . . . .	67
3.1.3 Μέθοδος Παραγοντοποίησης LU . . . . .	75
3.1.4 Σχέση μεθόδου απαλοιφής Gauss και παραγοντοποίησης LU . . . . .	81
3.1.5 Αντιστροφή πίνακα . . . . .	83

3.1.6	Παραγοντοποίηση Choleski . . . . .	85
3.1.7	Υπολογιστικό κόστος και σφάλματα . . . . .	87
3.1.8	Λυμένες ασκήσεις στις άμεσες μεθόδους . . . . .	88
3.2	Επαναληπτικές μέθοδοι Επίλυσης Γραμμικών Συστημάτων . . . . .	94
3.2.1	Γενική Επαναληπτική Μέθοδος . . . . .	94
3.2.2	Επαναληπτική Μέθοδος Jacobi . . . . .	96
3.2.3	Επαναληπτική Μέθοδος Gauss-Seidel . . . . .	99
3.2.4	Επαναληπτική Μέθοδος SOR . . . . .	102
3.2.5	Λυμένες ασκήσεις στις επαναληπτικές μεθόδους . . . . .	102
3.3	Πως επιλέγουμε τη μέθοδο Επίλυσης Γραμμικών Συστημάτων . . . . .	106
3.4	Υπολογισμός Ιδιοτιμών Πίνακα . . . . .	107
3.4.1	Εντοπισμός ιδιοτιμών . . . . .	107
3.4.2	Η μέθοδος των δυνάμεων . . . . .	108
3.5	Ασκήσεις για λύση . . . . .	111
3.6	Εφαρμογές στον υπολογιστή . . . . .	113
3.6.1	Υπολογιστικά Παραδείγματα . . . . .	113
3.6.2	Εργαστηριακές Ασκήσεις . . . . .	149
<b>4</b>	<b>Αριθμητική Επίλυση Μη Γραμμικών Εξισώσεων και Μη Γραμμικών Συστημάτων</b>	<b>154</b>
4.1	Εισαγωγή . . . . .	154
4.2	Μέθοδοι Εγκλεισμού . . . . .	156
4.2.1	Μέθοδος διχοτόμησης . . . . .	156
4.2.2	Μέθοδος Εσφαλμένης Θέσης (Regula-Falsi) . . . . .	158
4.3	Γενικές μέθοδοι εύρεσης ριζών . . . . .	160
4.3.1	Μέθοδος σταθερού σημείου . . . . .	160
4.3.2	Επιταχύνοντας τη Σύγκλιση . . . . .	164
4.3.3	Η μέθοδος του Newton και οι παραλλαγές της . . . . .	165
4.4	Λύση πολυωνυμικών εξισώσεων . . . . .	170
4.5	Λύση συστημάτων μη γραμμικών εξισώσεων . . . . .	171
4.6	Λυμένες Ασκήσεις . . . . .	174
4.7	Ασκήσεις για λύση . . . . .	177
4.8	Εφαρμογές στον Υπολογιστή . . . . .	178
4.8.1	Υπολογιστικά παραδείγματα . . . . .	178
4.8.2	Εργαστηριακές ασκήσεις . . . . .	198
<b>5</b>	<b>Προσέγγιση και Παρεμβολή</b>	<b>202</b>
5.1	Εισαγωγή . . . . .	202
5.2	Παρεμβολή . . . . .	203
5.2.1	Παρεμβολή Lagrange . . . . .	205
5.3	Παρεμβολή Newton . . . . .	209
5.3.1	Παρεμβολή Newton με Διηρημένες Διαφορές . . . . .	209
5.3.2	Παρεμβολή Newton με Πεπερασμένες Διαφορές . . . . .	211
5.4	Παρεμβολή Hermite . . . . .	213
5.5	Κατά τμήματα πολυωνυμική παρεμβολή . . . . .	216
5.6	Προσέγγιση συναρτήσεων και δεδομένων . . . . .	220
5.7	Γραμμική προσέγγιση με Ελάχιστα Τετράγωνα . . . . .	220
5.8	Πολυωνυμική προσέγγιση με Ελάχιστα Τετράγωνα . . . . .	224
5.9	Εκθετική και λογαριθμική συσχέτιση των δεδομένων . . . . .	226
5.9.1	Ελάχιστα Τετράγωνα με πίνακες . . . . .	229
5.10	Προσέγγιση Padè . . . . .	231
5.11	Λυμένες Ασκήσεις . . . . .	234
5.12	Ασκήσεις για λύση . . . . .	238
5.13	Εφαρμογές στον Υπολογιστή . . . . .	240

5.13.1	Υπολογιστικά παραδείγματα	240
5.13.2	Εργαστηριακές ασκήσεις	260
<b>6</b>	<b>Αριθμητική Διαφύριση και Ολοκλήρωση</b>	<b>264</b>
6.1	Αριθμητική προσέγγιση παραγώγων	264
6.1.1	Παραγωγή με προς τα εμπρός και πίσω διαφορές	264
6.1.2	Παραγωγή με κεντρικές διαφορές	265
6.1.3	Παρεμβολή Richardson	268
6.1.4	Λυμένες Ασκήσεις	269
6.2	Αριθμητική Ολοκλήρωση	271
6.2.1	Τύποι Newton Cotes	272
6.2.2	Σύνθετοι τύποι ολοκλήρωσης	274
6.2.3	Ολοκλήρωση Romberg	277
6.2.4	Προσαρμοζόμενη Ολοκλήρωση	280
6.2.5	Ολοκλήρωση σε μη ομοιογενή διαμέριση	280
6.2.6	Ολοκλήρωση Gauss	282
6.2.7	Πολλαπλή Ολοκλήρωση	283
6.2.8	Λυμένες Ασκήσεις	285
6.3	Ασκήσεις για λύση	289
6.4	Εφαρμογές στον Υπολογιστή	292
6.4.1	Υπολογιστικά παραδείγματα	293
6.4.2	Εργαστηριακές ασκήσεις	301
<b>7</b>	<b>Αριθμητική Επίλυση Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων</b>	<b>303</b>
7.1	Αριθμητική Επίλυση Προβλημάτων Αρχικών Τιμών	304
7.1.1	Οι μέθοδοι του Euler	306
7.1.2	Άμεσες μέθοδοι Runge-Kutta	309
7.1.3	Ζεύγη μεθόδων, μεταβλητό βήμα	312
7.1.4	Άκαμπτα Stiff προβλήματα έμμεσες μέθοδοι	313
7.1.5	Προβλήματα υψηλότερης τάξης	316
7.1.6	Συνεχείς επεκτάσεις	319
7.1.7	Διαφορικές εξισώσεις με υστέρηση	322
7.1.8	Γραμμικές Πολυβηματικές μέθοδοι (Linear Multistep Methods)	325
7.2	Αριθμητική Επίλυση Προβλημάτων Συνοριακών Τιμών	328
7.2.1	Μέθοδος Στόχευσης για γραμμικά προβλήματα	329
7.2.2	Μέθοδος Στόχευσης για μη γραμμικά προβλήματα	330
7.2.3	Άλλες Μεθοδολογίες	332
7.3	Λυμένες ασκήσεις	333
7.4	Ασκήσεις για λύση	335
7.5	Εφαρμογές στον Υπολογιστή	336
7.5.1	Υπολογιστικά παραδείγματα	337
7.5.2	Εργαστηριακές ασκήσεις	370
<b>8</b>	<b>Αριθμητική Επίλυση Διαφορικών Εξισώσεων με μερικές παραγώγους</b>	<b>374</b>
8.1	Εισαγωγή	374
8.2	Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών	375
8.2.1	Αριθμητική Επίλυση Ελλειπτικών ΔΕ	377
8.2.2	Αριθμητική Επίλυση Παραβολικών ΔΕ	378
8.2.3	Αριθμητική Επίλυση Υπερβολικών ΔΕ	379
8.3	Αναφορά στην μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων	380
8.4	Εφαρμογές στον Υπολογιστή	381
8.4.1	Υπολογιστικά παραδείγματα	381
8.4.2	Εργαστηριακές ασκήσεις	394

<b>9 Προσεγγιστικές Μεθοδολογίες Βελτιστοποίησης</b>	<b>396</b>
9.1 Μέθοδοι χωρίς παραγώγους . . . . .	398
9.2 Μέθοδοι με παραγώγους . . . . .	399
9.2.1 Μέθοδος Τάχιστης Καθόδου (Steepest Descent) . . . . .	400
9.2.2 Μέθοδος Newton για βελτιστοποίηση. . . . .	403
9.2.3 Μέθοδος Levenberg-Marquardt. . . . .	406
9.2.4 Μη γραμμικά προβλήματα Ελαχίστων Τετραγώνων. . . . .	407
9.3 Προβλήματα με περιορισμούς . . . . .	410
9.4 Λυμένες ασκήσεις . . . . .	413
9.5 Ασκήσεις για λύση. . . . .	417
9.6 Εφαρμογές στον Υπολογιστή . . . . .	418
9.6.1 Υπολογιστικά παραδείγματα . . . . .	418
9.6.2 Εργαστηριακές Ασκήσεις . . . . .	436
<b>10 Γραμμικός Προγραμματισμός</b>	<b>437</b>
10.1 Γραφική λύση και ανάλυση ευαισθησίας . . . . .	438
10.2 Μέθοδος Simplex . . . . .	443
10.3 Γενίκευση της μεθόδου Simplex, μέθοδος Big M . . . . .	448
10.4 Λυμένες ασκήσεις . . . . .	451
10.5 Ασκήσεις για λύση . . . . .	454
10.6 Εφαρμογές στον Υπολογιστή . . . . .	456
10.6.1 Υπολογιστικά παραδείγματα . . . . .	456
<b>11 Υπολογιστική Νοημοσύνη</b>	<b>460</b>
11.1 Γενετικοί Αλγόριθμοι . . . . .	460
11.2 Διαφοροεξελικτικοί Αλγόριθμοι . . . . .	465
11.3 Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων . . . . .	469
11.4 Νευρωνικά Δίκτυα Αλγόριθμοι . . . . .	473
11.5 Εφαρμογές στον Υπολογιστή . . . . .	476
11.5.1 Υπολογιστικά παραδείγματα . . . . .	477
11.5.2 Εργαστηριακές Ασκήσεις . . . . .	486