

Περιεχόμενα

Πρόλογος των επιμελητών, Σπ. Κοντογιάννης - Δ. Φωτάκης	13
Πώς χρησιμοποιείται αυτό το βιβλίο	21
1 Η λογική σκέψη	23
1.1 Τυπική λογική	24
1.1.1 Διερευνητικά προβλήματα	25
1.1.2 Σύνδεσμοι και προτάσεις	25
1.1.3 Οι πίνακες αλήθειας	27
1.1.4 Λογικές ισοδυναμίες	30
Ασκήσεις 1.1	33
1.2 Προτασιακή λογική	39
1.2.1 Ταυτολογίες και αντιφάσεις	39
1.2.2 Παραγωγικοί κανόνες	42
1.2.3 Αποδεικτικές ακολουθίες	44
1.2.4 Αμφίπλευρη αναζήτηση αποδείξεων	45
Ασκήσεις 1.2	47
1.3 Κατηγορηματική Λογική	52
1.3.1 Κατηγορήματα	53
1.3.2 Ποσοδείκτες	54
1.3.3 Μετάφραση	55
1.3.4 Άρνηση ισχυρισμών	57
1.3.5 Δύο συνήθεις φραστικές κατασκευές	59
Ασκήσεις 1.3	60
1.4 Η λογική στα μαθηματικά	67
1.4.1 Ο ρόλος των ορισμών στα μαθηματικά	67
1.4.2 Άλλα είδη μαθηματικών ισχυρισμών	70
1.4.3 Αντιπαραδείγματα	71
1.4.4 Αξιωματικά συστήματα	72
Ασκήσεις 1.4	76
1.5 Αποδεικτικές μέθοδοι	81
1.5.1 Άμεσες αποδείξεις	81
1.5.2 Αποδείξεις με αντιθετοαντιστροφή	84
1.5.3 Αποδείξεις με απαγωγή σε άτοπο	86
Ασκήσεις 1.5	88

2	Οι σχεσιακοί συλλογισμοί	93
2.1	Γραφήματα	94
2.1.1	Ακμές και κορυφές	95
2.1.2	Ορολογία	96
2.1.3	Αναπαράσταση συσχετίσεων μέσω γραφημάτων	98
	Ασκήσεις 2.1	104
2.2	Σύνολα	110
2.2.1	«Ανήκειν και περιέχεται»	111
2.2.2	Νέα σύνολα από προηγούμενα	113
2.2.3	Ταυτότητες	116
	Ασκήσεις 2.2	118
2.3	Συναρτήσεις	123
2.3.1	Ορισμός και παραδείγματα	123
2.3.2	Ένα-προς-ένα και επί συναρτήσεις	127
2.3.3	Η κατασκευή νέων συναρτήσεων από παλαιότερες	131
	Ασκήσεις 2.3	133
2.4	Σχέσεις και ισοδυναμίες	138
2.4.1	Ορισμός και παραδείγματα	139
2.4.2	Τα γραφήματα των σχέσεων	140
2.4.3	Σχέσεις έναντι συναρτήσεων	141
2.4.4	Σχέσεις ισοδυναμίας	142
2.4.5	Αριθμητική υπολοίπου	145
	Ασκήσεις 2.4	148
2.5	Μερικές διατάξεις	153
2.5.1	Ορισμός και παραδείγματα	153
2.5.2	Διαγράμματα Hasse	154
2.5.3	Τοπολογική ταξινόμηση	156
2.5.4	Ισομορφισμοί	158
2.5.5	Άλγεβρες Boole \ddagger	161
	Ασκήσεις 2.5	163
2.6	Θεωρία γραφημάτων	168
2.6.1	Γραφήματα: τυπικοί ορισμοί	169
2.6.2	Ισομορφισμοί γραφημάτων	170
2.6.3	Καταμέτρηση των βαθμών	172
2.6.4	Ίχνη και κυκλώματα Euler	173
2.6.5	Μονοπάτια και κύκλοι Hamilton	175
2.6.6	Δένδρα	177
	Ασκήσεις 2.6	181
3	Οι αναδρομικοί συλλογισμοί	187
3.1	Αναδρομικές σχέσεις	188
3.1.1	Ορισμός και παραδείγματα	188

3.1.2	Η ακολουθία Fibonacci	190
3.1.3	Αναπαραστάσεις μέσω αναδρομικών σχέσεων	192
3.1	Ασκήσεις 3.1	195
3.2	Λύσεις κλειστής μορφής και επαγωγή	200
3.2.1	Πώς μαντεύουμε μια λύση κλειστής μορφής	201
3.2.2	Πολυωνυμικές ακολουθίες: Χρήση των διαφορών \ddagger	202
3.2.3	Επαγωγική επιβεβαίωση μιας λύσης	204
3.2	Ασκήσεις 3.2	209
3.3	Αναδρομικοί ορισμοί	212
3.3.1	Ορισμός και παραδείγματα	213
3.3.2	Συγγραφή αναδρομικών ορισμών	217
3.3.3	Αναδρομική γεωμετρία	219
3.3.4	Αναδρομικά λογοπαίγνια	223
3.3	Ασκήσεις 3.3	223
3.4	Επαγωγικές αποδείξεις	229
3.4.1	Η αρχή της επαγωγής	230
3.4.2	Παραδείγματα	231
3.4.3	Ισχυρή επαγωγή	236
3.4.4	Δομική επαγωγή	240
3.4	Ασκήσεις 3.4	242
3.5	Αναδρομικές δομές δεδομένων	245
3.5.1	Λίστες	246
3.5.2	Αποδοτικότητα	251
3.5.3	Μια επανεξέταση των δένδρων δυαδικής αναζήτησης	252
3.5	Ασκήσεις 3.5	254
4	Ποσοτική σκέψη	259
4.1	Βασικές τεχνικές αρίθμησης	260
4.1.1	Πρόσθεση	260
4.1.2	Πολλαπλασιασμός	262
4.1.3	Συνδυασμός πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού	266
4.1	Ασκήσεις 4.1	268
4.2	Επιλογές και διατάξεις	272
4.2.1	Μεταθέσεις: Η αρχή της διάταξης	273
4.2.2	Συνδυασμοί: Η αρχή της επιλογής	275
4.2.3	Το διωνυμικό θεώρημα \ddagger	279
4.2	Ασκήσεις 4.2	281
4.3	Αρίθμηση με συναρτήσεις	286
4.3.1	Ένα-προς-ένα αντιστοιχίες	287
4.3.2	Η αρχή του περιστερώνα	290
4.3.3	Η γενικευμένη αρχή του περιστερώνα	291
4.3.4	Θεώρημα Ramsey \ddagger	293
4.3	Ασκήσεις 4.3	294

4.4 Διακριτή πιθανότητα	300
4.4.1 Ορισμός και παραδείγματα	301
4.4.2 Εφαρμογές	303
4.4.3 Αναμενόμενη τιμή	306
Ασκήσεις 4.4	307
4.5 Αρίθμηση στοιχειωδών πράξεων σε αλγόριθμους	312
4.5.1 Αλγόριθμοι	313
4.5.2 Ψευδοκώδικας	313
4.5.3 Αλληλουχίες πράξεων	315
4.5.4 Βρόχοι	316
4.5.5 Πίνακες	319
4.5.6 Ταξινόμηση	321
Ασκήσεις 4.5	322
4.6 Εκτίμηση	328
4.6.1 Ρυθμός αύξησης των συναρτήσεων	329
4.6.2 Στόχοι εκτίμησης	334
4.6.3 Ιδιότητες του συμβολισμού- Θ	335
Ασκήσεις 4.6	336
5 Αναλυτική σκέψη	341
5.1 Αλγόριθμοι	342
5.1.1 Περισσότερος ψευδοκώδικας	342
5.1.2 Προσυνθήκες και μετασυνθήκες	344
5.1.3 Επαναληπτικοί αλγόριθμοι	346
5.1.4 Συναρτήσεις και αναδρομικοί αλγόριθμοι	347
Ασκήσεις 5.1	351
5.2 Τρεις κοινί τύποι αλγόριθμων	356
5.2.1 Αλγόριθμοι διάνυσης	357
5.2.2 Άπληστοι αλγόριθμοι	360
5.2.3 Αλγόριθμοι διαίρει-και-βασίλευε	364
Ασκήσεις 5.2	367
5.3 Πολυπλοκότητα αλγόριθμων	372
5.3.1 Ο καλός, ο κακός και ο μέσος	373
5.3.2 Προσεγγιστικοί υπολογισμοί πολυπλοκότητας	378
Ασκήσεις 5.3	382
5.4 Φράγματα στην πολυπλοκότητα	388
5.4.1 Αλγόριθμοι ως αποφάσεις	389
5.4.2 Ένα κάτω φράγμα	392
5.4.3 Αναζήτηση σε πίνακα	393
5.4.4 Ταξινόμηση	394
5.4.5 Ρ έναντι NP	395
Ασκήσεις 5.4	396

5.5	Επαλήθευση προγράμματος	401
5.5.1	Επαλήθευση έναντι δοκιμής	401
5.5.2	Επαλήθευση αναδρομικών αλγόριθμων	402
5.5.3	Αναζήτηση και ταξινόμηση	404
5.5.4	Πύργοι του Ανόι	407
	Ασκήσεις 5.5	409
5.6	Αναλλοίωτες συνθήκες βρόχων	414
5.6.1	Επαλήθευση επαναληπτικών αλγόριθμων	414
5.6.2	Αναζήτηση και ταξινόμηση	418
5.6.3	Χρήση αναλλοίωτων συνθηκών για σχεδίαση αλγόριθμων	421
	Ασκήσεις 5.6	423
6	Μελέτη εφαρμογών	429
6.1	Μοτίβα στο DNA	430
6.1.1	Μεταλλάξεις και φυλογενετική απόσταση	431
6.1.2	Φυλογενετικά δένδρα	432
6.1.3	UPGMA	434
	Ασκήσεις 6.1	438
6.2	Κοινωνικά δίκτυα	440
6.2.1	Ορισμός και ορολογία	441
6.2.2	Έννοιες ισοδυναμίας	443
6.2.3	Ιεραρχική συσταδοποίηση	447
6.2.4	Προσημασμένα γραφήματα και εξισορρόπηση	450
	Ασκήσεις 6.2	453
6.3	Η δομή των γλωσσών	456
6.3.1	Ορολογία	457
6.3.2	Μηχανές πεπερασμένων καταστάσεων	458
6.3.3	Αναδρομή	462
6.3.4	Άλλα προβλήματα στη γλωσσολογία	465
	Ασκήσεις 6.3	467
6.4	Μοντέλα πληθυσμών διακριτού χρόνου	469
6.4.1	Αναδρομικά μοντέλα για την αύξηση του πληθυσμού	470
6.4.2	Σταθερά σημεία, ισορροπία και χάος	472
6.4.3	Συστήματα θηρευτή-θηράματος	474
6.4.4	Το μοντέλο SIR	477
	Ασκήσεις 6.4	479
6.5	Δωδεκαφθογγισμός	482
6.5.1	Σύνθεση δωδεκαφθογγισμού	483
6.5.2	Εμφάνιση όλων των μεταθέσεων	483
6.5.3	Μετασχηματισμοί τονικών σειρών	485
6.5.4	Κλάσεις ισοδυναμίας και συμμετρία	486
	Ασκήσεις 6.5	489

Υποδείξεις, απαντήσεις και λύσεις σε επιλεγμένες ασκήσεις	493
1.1 Τυπική λογική	493
1.2 Προτασιακή λογική	496
1.3 Κατηγορηματική λογική	498
1.4 Η λογική στα μαθηματικά	499
1.5 Αποδεικτικές μέθοδοι	500
2.1 Γραφήματα	503
2.2 Σύνολα	504
2.3 Συναρτήσεις	506
2.4 Σχέσεις και ισοδυναμίες	508
2.5 Μερικές διατάξεις	510
2.6 Θεωρία γραφημάτων	513
3.1 Αναδρομικές σχέσεις	514
3.2 Λύσεις κλειστής μορφής και επαγωγή	515
3.3 Αναδρομικοί ορισμοί	518
3.4 Επαγωγικές αποδείξεις	519
3.5 Αναδρομικές δομές δεδομένων	521
4.1 Βασικές τεχνικές αρίθμησης	523
4.2 Επιλογές και διατάξεις	524
4.3 Αρίθμηση με συναρτήσεις	525
4.4 Διακριτή πιθανότητα	526
4.5 Αρίθμηση στοιχειωδών πράξεων σε αλγόριθμους	527
4.6 Εκτίμηση	529
5.1 Αλγόριθμοι	530
5.2 Τρεις κοινοί τύποι αλγόριθμων	532
5.3 Πολυπλοκότητα αλγόριθμων	534
5.4 Φράγματα στην πολυπλοκότητα	535
5.5 Επαλήθευση προγράμματος	536
5.6 Αναλλοίωτες συνθήκες βρόχων	537
Επιλεγμένη βιβλιογραφία	541
Ευρετήριο	543